http://www.gambelli.org



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE Facoltà di Ingegneria

> Corso di Laurea in INGEGNERIA INFORMATICA

# Minimizzazione dei consumi in motori-benzina ad iniezione diretta: un approccio basato sul controllo predittivo

Tesi di Laurea di

Leonardo Albertoni e Claudio Gambelli

Relatori:

Prof. Alessandro Casavola

Prof. Edoardo Mosca

Correlatore:

Ing. Andrea Balluchi

Anno Accademico 2000/2001

# Indice

In	trod	uzione		11
	Cent	ni sui n	notori ad iniezione diretta	11
	Obb	iettivo	del lavoro e organizzazione tesi	14
1	Mo	dello d	lel motore GDI	16
	1.1	Descri	zione sottosistemi	17
		1.1.1	Corpo farfallato	18
		1.1.2	Collettore di aspirazione	20
		1.1.3	Cilindro	21
		1.1.4	Coppie resistenti	24
		1.1.5	Dinamica meccanica del motore	27
		1.1.6	Rappresentazione di stato	27
	1.2	Model	lo Ibrido	28
		1.2.1	Analisi grandezze discrete	29
		1.2.2	Realizzazione	31
	1.3	Model	lo del Disturbo	35
	1.4	Linear	rizzazione	36
		1.4.1	Gestione dei ritardi	37
	1.5	Discre	tizzazione	38

<b>2</b>	Con	rollo LQ 41	-
	2.1	Specifiche del controllo	-
	2.2	Analisi dei consumi e scelta della	
		trategia	}
		2.2.1 Consumi in regime stazionario	F
		2.2.2 Transitori $\ldots$ 47	7
	2.3	ntroduzione al controllo LQ	;
	2.4	Applicazione del controllo LQ	)
		2.4.1 Il modello incrementale	)
		2.4.2 Simulazioni $\ldots \ldots 54$	F
	2.5	Jtilizzo informazioni sul disturbo	3
		2.5.1 Simulazioni	)
	2.6	Considerazioni sulle simulazioni	}
3	Con	mand Governor 64	F
3	<b>Con</b> 3.1	mand Governor       64         1 CG	1
3	<b>Con</b> 3.1	mand Governor       64         l CG	;
3	<b>Con</b> 3.1	mand Governor       64         l CG	L ; ;
3	Con 3.1 3.2	mand Governor       64         1 CG	L 3 )
3	Con 3.1 3.2	mand Governor       64         1 CG	L 3 3 ) ;
3	Con 3.1 3.2 3.3	mand Governor       64         1 CG	L 3 3 ) ; ,
3	Con 3.1 3.2 3.3 3.4	mand Governor641 CG	L 5 3 ) 5 7 )
3	Con 3.1 3.2 3.3 3.4 Rier	mand Governor641 CG	L 3 )) )) ))
3	Con 3.1 3.2 3.3 3.4 <b>Rie</b> 4.1	nand Governor       64         1 CG	L 3 3 )) )) ) .
3	Con 3.1 3.2 3.3 3.4 <b>Rie</b> 4.1	mand Governor       64         1 CG	
3	Con 3.1 3.2 3.3 3.4 Rier 4.1 4.2	nand Governor       64         1 CG	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •

	4.3	Considerazioni sulle simulazioni	115
5	$\operatorname{Rid}$	uzione carico computazionale	116
	5.1	Riduzione riferimenti da filtrare	
		tramite CG	117
	5.2	Soluzione esplicita della minimizzazione vincolata $\ .\ .\ .$ .	117
	5.3	Rimozione vincoli inattivi	119
Co	onclu	isioni e sviluppi	120
	Min	imizzazione dei consumi al regime di minimo	120
	Rier	ntro al regime minimo di giri	123
	Ridı	zione carico computazionale	124
A	Cal	colo dei consumi	125
в	Cen	ni sull'implementazione di alcune operazioni	127
Bi	bliog	grafia	129

# Elenco delle figure

1	Schema differenze fra GDI e tradizionale	12
2	Modi di funzionamento e zone di lavoro	13
1.1	Sottosistemi modello GDI	17
1.2	Approssimazione della tabella che lega l'angolo farfalla $\alpha$ alla	
	portata aria del corpo farfallato $F_{far}$	19
1.3	Portata aria in ingresso ai cilindri in funzione della pressione	
	del collettore di aspirazione $p$ e del numero di giri $r.$	21
1.4	Rendimento generazione coppia in funzione di $\lambda$	23
1.5	Coppia in funzione di numero di giri $r$ e benzina iniettata $q_b\;$ .	25
1.6	Approssimazione tabella che lega la coppia d'attrito $\mathcal{T}_a$ al	
	numero di giri/minuto dell'albero motore $r. \ldots \ldots$	26
1.7	Andamento della coppia durante le diverse fasi del ciclo motore.	29
1.8	Andamento <i>ibrido</i> , della portata d'aria in ingresso al cilindro	
	${\cal F}_{cil}$ e della benzina iniettata $q_b$ durante le diverse fasi del ciclo	
	motore	30
1.9	Schema dei blocchi per la realizzazione del modello ibrido	31
1.10	Dettaglio del blocco Zohvar.	32
1.11	Dettaglio del blocco Sync.	32
1.12	Seconda uscita del blocco sync. Durata di una fase del ciclo	
	motore $\vartheta$ in funzione del numero di giri	33

1.13	Prima uscita del blocco sync. Segnale impulsivo che scandisce	
	l'inizio delle fasi motore in funzone del numero di giri. Questo	
	sengale è usato come clock dai blocchi Zohvar	34
2.1	Consumo al variare del numero di giri.	44
2.2	Consumo al variare di $\lambda$	46
2.3	Somma delle $\delta q_b^2(t)$	51
2.4	Disturbo.	55
2.5	Giri albero motore. Si nota che sulla transizione del disturbo	
	a 13 secondi (4) viene violato il vincolo sul numero di giri. $\ .$ .	55
2.6	Pressione collettore di aspirazione	56
2.7	Angolo farfalla.	56
2.8	Benzina iniettata.	57
2.9	Rapporto aria/benzina $\lambda$	57
2.10	Informazioni disturbo predicibile.	59
2.11	Giri albero motore. Le bande in grigio indicano le zone dove	
	è attivo il controllo LQ2, altrove è attivo il controllo LQ1. $\ .$ .	60
2.12	Pressione collettore di aspirazione	61
2.13	Angolo farfalla.	61
2.14	Benzina iniettata.	62
2.15	Rapporto aria/benzina $\lambda$	62
3.1	Struttura del Command Governor.	65
3.2	Fascia riferimenti ammissibili al variare di $k$ per il CG1	77
3.3	Andamento di $r_{m_k}, r_{M_k}, \alpha_{em_k}$ al variare di k per il CG1 e CG3.	78
3.4	Andamento di $q_{bm_k},  \delta \alpha_{em_k},  \delta \alpha_{eM_k}, \lambda_{m_k}, \lambda_{M_k}$ al variare di k per	
	il CG1 e CG3	79

3.5	Andamento di $q_{bm_k}$ , $\delta \alpha_{em_k}$ , $\delta \alpha_{eM_k}$ , $\lambda_{m_k}$ , $\lambda_{M_k}$ al variare di k per	
	il CG2	80
3.6	Andamento di $r_{m_k}$ e $\alpha_{em_k}$ per il CG2	81
3.7	Andamento di $r_{M_k}$ e $\alpha_{em_k}$ per il CG2	82
3.8	Intersezione riferimenti ammissibili per il CG1 per il CG2	
	in ingresso coppia disturbo predicibile, con le freccie è sta-	
	ta evidenziata l'intersezione con orizzonte di predizione di 8	
	passi	83
3.9	Intersezione riferimenti ammissibili per il CG3 per il CG2	
	in uscita coppia disturbo predicibile, con le freccie è stata	
	evidenziata l'intersezione con orizzonte di predizione di 8 passi.	84
3.10	Andamneto $r$ durante la commutazione da cui si nota la mod-	
	ifica del riferimento prima dello switch	85
3.11	Andamento $\lambda$ durante la commutazione ch avviene quando il	
	gradino è stato "assorbito"	85
3.12	Risposte in $r$ ed in $\lambda$ ad un gradino di $rif_r$	86
3.13	Disturbo	87
3.14	Giri albero motore.	88
3.15	Pressione collettore di aspirazione	88
3.16	Angolo farfalla effettivo.	89
3.17	Benzina iniettata	89
3.18	Rapporto aria/benzina $\lambda$	90
3.19	Dettaglio sul numero di giri $r,$ riferimento $rif_r$ e comando del	
	CG $g$ in ingresso coppia disturbo predicibile	91
3.20	Dettaglio sul numero di giri $r,$ riferimento $rif_r$ e comando del	
	CG $g$ in uscita coppia disturbo predicibile	92
3.21	Confronto tra controllo con CG $r_1$ , e controllo senza CG $r_2$ .	93

3.22	Giri albero motore
3.23	Pressione collettore di aspirazione
3.24	Angolo farfalla
3.25	Benzina iniettata
3.26	Rapporto aria/benzina $\lambda$
3.27	Dettaglio disturbo
3.28	Dettaglio giri motore $r$ , riferimento giri $ref_r$ e comando del
	CG g
3.29	Dettaglio disturbo, riferimento, giri albero motore e comando
	del CG
4.1	Andamento della coppia di disturbo durante il rientro 103
4.2	Andamento numero di giri/minuto albero motore durante il
	rientro
4.3	Pressione del collettore di aspirazione
4.4	Angolo farfalla.
4.5	Quantità di benzina iniettata
4.6	Rapporto aria benzina durante il rientro
4.7	Comando fornito dal CG durante il rientro
4.8	Dettaglio del comando fornito dal CG durante il rientro 107
4.9	Dettaglio dell'andamento del numero di giri/minuto dell'al-
	bero motore durante la fase di rientro
4.10	Confronto fra numero di giri albero motore, $r$ , riferimento da
	inseguire, $rif_r$ e riferimento filtrato dal CG, $g$
4.11	Dettaglio della benzina iniettata durante il rientro al regime
	di minimo
4.12	Dettaglio di $\lambda$ durante il rientro

4.13	Giri albero motore $r$ e riferimento sul numero di giri $ref_r$ ,				
	le divere fascie indicano le zone di funzionamento dei diversi				
	controllori. La fascia in orizzontale quella del controllo del				
	minimo				
4.14	Riferimento $rif_r$ e riferimento filtrato dal CG g				
4.15	Pressione collettore di aspirazione				
4.16	Angolo effettivo valvola a farfalla				
4.17	Quantità di benzina iniettata				
4.18	Rapporto aria benzina				
5.1	Grafico consumi.				
A.1	Blocco per il calcolo dei consumi				
A.2	Dettaglio blocco consumi.				

# Elenco delle tabelle

1.1	Parametri equazione $\alpha_e$	18
1.2	Parametri equazione $F_{far}$	19
1.3	Parametri equazione $p$	20
1.4	Parametri equazione $F_{cil}$	21
1.5	Parametri equazione $\lambda$	22
1.6	Parametri equazione $\mathcal{T}_{eng}$	24
1.7	Parametri equazione $\mathcal{T}_a$	26
1.8	Parametri equazione $\mathcal{T}_p$	27
1.9	Parametri equazione $r$	27
2.1	Vincoli sul numero di giri	42
2.2	Vincoli sull' angolo farfalla.	42
2.3	Vincoli sulla benzina iniettata	42
2.4	Vincoli sulla benzina iniettata	43
2.5	Riferimento sul numero di giri	45
2.6	Riferimento su $\lambda$	46
2.7	Riepilogo riferimenti.	47
2.8	Pesi dei controlli LQ	59
4.1	LQ per il rientro al minimo	.01
4.2	Modelli per il rientro	10

4.3	Modelli,	$\operatorname{controllori}$	LQ	e vincoli	per i	l rientro.	•	•		•	•	•	•	•	110
-----	----------	------------------------------	----	-----------	-------	------------	---	---	--	---	---	---	---	---	-----

# Introduzione

# Cenni sui motori benzina ad iniezione diretta

In questo paragrafo vengono brevemente descritte alcune delle caratteristiche dei motori benzina ad iniezione diretta, da ora in avanti indicati come motori *GDI* (Gasoline Direct Injection). Senza voler scendere troppo nel dettaglio vengono evidenziati solo gli aspetti che aiutano a capire il lavoro svolto nella progettazione del controllore. Tutte le informazioni sono riprese da [GPÅB], [KKBA], [HRYA] e da stampa specializzata a cui rimandiamo per un maggior approfondimento.

I motori GDI sono motori a combustione interna che adottano un sistema di iniezione della benzina direttamente in camera di combustione, prelevandola da un collettore ad alta pressione (fin oltre 130 Bar in luogo dei 3-4 Bar dei motori tradizionali) Fig.1.

Per realizzare questo tipo di motore sono necessari: pistoni di forma speciale e canali di immissione ben posizionati in modo da convogliare il flusso verso la candela, pompa carburante ad alta pressione, acceleratore elettronico (EGAS) e iniettori regolabili elettronicamente, controllo elettronico dell'acceleratore (DRIVE BY WIRE).

Uno dei vantaggi di questo tipo di motori è la totale assenza di perdita di



Figura 1: Schema differenze fra GDI e tradizionale.

carburante nei condotti di aspirazione che viene completamente bruciato nella camera di combustione, ma la caratteristica certamente più interessante e innovativa è quella di poter far lavorare il motore in due distinti modi Fig.2:

- **Omogeneo** quando c'è richiesta di coppia ed il motore deve compensare carichi elevati.
- Stratificato quando si hanno carichi medio-bassi ed il motore deve produrre la sola coppia necessaria a contrastare le coppie di disturbo ed a mantenersi acceso.

In regime omogeneo il funzionamento corrisponde a quello di un tradizionale motore benzina (ciclo otto) dove il combustibile è iniettato durante la fase di aspirazione, il rapporto aria/benzina della miscela viene mantenuto attorno a quello stechiometrico (14.56:1) e la potenza è fatta variare riducendo o aumentando, tramite la farfalla, il grado di riempimento del cilindro.



Figura 2: Modi di funzionamento e zone di lavoro.

In regime stratificato il motore lavora con rapporti aria benzina più alti di quello stechiometrico, si arriva fino a 50:1. L'iniezione della benzina avviene durante la fase di compressione, poco prima dello scoccare della scintilla, in un ambiente che la addensa attorno alla candela rarefacendola man mano che vi si trova più lontana.

In pratica la miscela viene portata a rapporto stechiometrico nei pressi della candela in modo da ottenere combustioni corrette, pur con un rapporto complessivo aria/benzina lontano da quello stechiometrico. La potenza, in questo modo di funzionamento è fatta variare aumentando o diminuendo la quantità di carburante iniettato, un pò come succede nei motori Diesel. In quest'ultimo modo di funzionamento, essendo la carica addensata vicino alla candela, attorno ad essa si forma uno strato isolante composto da aria e gas residuo, così che l'aria vicino alle pareti del cilindro rimane piuttosto fredda. Ciò si traduce in un miglioramento del rendimento termico del motore a causa del ridotto scambio di calore con il fluido refrigerante che avvolge i cilindri (motore più adiabatico). Inoltre, l'evaporazione della benzina nella camera di combustione sottrae calore allontanando la detonazione con conseguente possibilità di aumentare il rapporto di compressione. Si ottiene anche una riduzione delle perdite dovute all'aspirazione dell'aria nel cilindro grazie ad una maggiore apertura della valvola a farfalla rispetto al funzionamento tradizionale.

Tutto questo contribuisce ad ottenere una riduzione dei consumi che potenzialmente nelle condizioni di lavoro più favorevoli può arrivare fino anche al 20%.

## Obiettivo e organizzazione della tesi

imizzando il consumo di benzina.

Scopo di questa tesi è lo studio e lo sviluppo di metodi per la progettazione di un controllore del motore GDI limitatamente al caso in cui esso lavori in modalità stratificata al regime minimo di giri e con frizione inattiva. Il controllore dovrà mantenere il motore attorno al numero minimo di giri compensando l'effetto dei disturbi di coppia agenti sull'albero motore e min-

Nel Cap.1 viene descritto in dettaglio il modello del motore adottato e ne vengono analizzate le caratteristiche. Tale modello viene poi modificato in uno ibrido capace di descrivere meglio il funzionamento del motore. Viene inoltre descritto il modello del disturbo fornitoci da Magneti marelli ed infine si ricava un modello semplificato del motore GDI per la sintesi del controllo. Nel Cap.2 si descrivono le specifiche di controllo ed i vincoli, viene scelta la strategia di controllo più adatta a raggiungere l'obbiettivo di minimizzare i consumi e viene progettato un primo anello di controllo realizzato con la tecnica del controllo ottimo (controllo LQ), adattata al problema della regolazione del minimo, infine sono presentati alcuni risultati da simulazioni. Nel Cap.3 viene introdotta e poi applicata al controllo del minimo, la strategia di controllo predittivo vincolato del *Command Governor* che in combinazione con la tecnica "Worst Case Approach" è in grado di gestire il controllo in presenza di vincoli e di disturbi limitati. Vengono poi illustrati alcuni risultati simulativi.

Nel Cap.4 viene applicato lo schema di controllo del CG al problema del rientro al regime minimo di giri da una condizione qualsiasi di funzionamento. Vengono presentate due soluzioni a questo problema facenti capo a due diversi approcci: rispettivamente, controllo per un intervallo di tempo in catena aperta e controllo sempre in catena chiusa.

Nel Cap.5 vengono descritte le modalità per la riduzione del carico computazionale, un problema di rilevanza centrale nelle applicazioni in ambito automobilistico, dove i costi aggiuntivi richiesti dai dispositivi hardware di controllo devono essere necessariamente contenuti per motivi commerciali.

# Capitolo 1

# Modello del motore GDI

Il lavoro descritto nella tesi riguarda il controllo del minimo di un motore GDI di 2 litri di cilindrata il cui modello è stato fornito da Magneti Marelli. Le prestazioni del controllo sono state valutate attraverso simulazioni su tale modello.

Si tratta di un modello a tempo continuo che descrive il motore come costituito da un solo cilindro. Tale modello, implementato in  $Matlab/Simulink^{TM}$ , è stato realizzato combinando le equazioni che ne descrivono i principali fenomeni fisici con delle tabelle ricavate dalla sperimentazione su di un motore GDI reale. Nel paragrafo (§1.1) si analizzano tutti i sottosistemi di cui è composto il modello e se ne descrivono le equazioni caratteristiche. Nel paragrafo (§1.2) si modifica il modello tempo continuo in uno ibrido, usato per le simulazioni e per la validazione del controllo. Nel paragrafo (§1.3), si descrive il modello del disturbo. Nei paragrafi (§1.4) e (§1.5), infine, si linearizza il modello per ottenerne uno a tempo-dicreto adatto alla sintesi del controllo.

## 1.1 Descrizione sottosistemi

Il modello utilizzato nel lavoro è quello relativo al funzionamento in regime stratificato. Questo perché la minimizzazione dei consumi avviene facendo funzionare il motore, quando possibile, in modo stratificato e certamente il funzionamento al minimo dei giri è una situazione in cui questo è possibile. Tale modello, come si può vedere dallo schema di Fig.1.1 è costituito da più sottosistemi.



Figura 1.1: Sottosistemi modello GDI

In questo paragrafo vengono analizzati singolarmente tutti i sottosistemi, ottenendo così una descrizione completa del modello, verranno messi in evidenza i vari tipi di non linearità per poter effettuare un'opportuna approssimazione. In questa fase è stata concentrata l'attenzione sulle proprietà dell'impianto per trarre più informazioni possibili su come ottimizzare i consumi. Alla fine del paragrafo viene ricavato un modello adatto alla sintesi del controllo.

#### 1.1.1 Corpo farfallato

Il corpo farfallato consiste di un elemento meccanico, la farfalla, che viene pilotato da un motorino elettrico il cui comando è  $\alpha$ , posizione dell'angolo farfalla in gradi. In questo blocco è presente una dinamica meccanica data dall'inerzia della farfalla, ed una dinamica elettrica, quest'ultima è stata modellata con un ritardo,  $d_{\alpha}$ . L'equazione che descrive l'andamento dell'angolo effettivo della valvola a farfalla  $\alpha_e$ , anch'esso espresso in gradi, è la seguente.

$$\dot{\alpha_e}(t) = \frac{1}{\tau_{\alpha}} \alpha_e(t) + c_{\alpha} \alpha(t - d_{\alpha})$$
(1.1)

Parametro	Valore	Unità di misura	Simbolo
Costante di tempo meccanica	$5 \cdot 10^{-2}$	8	$ au_{lpha}$
Ritardo elettrico	$2 \cdot 10^{-2}$	8	$d_{lpha}$
Costante ingresso $\alpha$	20	$s^{-1}$	$c_{lpha}$

Tabella 1.1: Parametri equazione  $\alpha_e$ 

L'apertura della valvola a farfalla determina la portata d'aria in ingresso al collettore,  $F_{far}$ , misurata in  $\frac{Kg}{s}$ . La dipendenza è di tipo non lineare a causa del legame non lineare tra apertura della farfalla e superficie effettiva del corpo farfallato attraverso cui passa l'aria. La relazione è stata ricostruita approssimando una tabella presente nel modello come evidenziato in Fig.1.2, i parametri delle spezzate sono riportati in Tabella 1.2.



Figura 1.2: Approssimazione della tabella che lega l'angolo farfalla  $\alpha$ alla portata aria del corpo farfallato  $F_{far}.$ 

$$F_{far}(\alpha_e) \simeq K_{far}(\alpha_e)\alpha_e(t) + \Delta_{far}(\alpha_e) \tag{1.2}$$

$\alpha_e$	0 - 16.5	> 16.5
$K_{far}(\alpha_e)$	$6.72\cdot 10^{-4}$	$24.50 \cdot 10^{-4}$
$\Delta_{far}(\alpha_e)$	$5.95 \cdot 10^{-4}$	$-288.1945 \cdot 10^{-4}$

Tabella 1.2: Parametri equazione  $F_{far}$ 

#### 1.1.2 Collectore di aspirazione

È il mezzo che permette il passaggio dell'aria verso il cilindro. Il modello matematico consiste in un equilibrio delle portate. Le grandezze che entrano in gioco sono la portata d'aria del corpo farfallato  $F_{far}$  e la portata d'aria del cilindro  $F_{cil}$ , entrambe espresse in  $\frac{Kg}{s}$ . Il loro equilibrio dà luogo all'equazione dinamica della pressione p espressa in *pascal*.  $K_{gas}$  è una costante che deriva dalla legge dei gas e da alcuni parametri del collettore come volume e temperatura.

$$\dot{p}(t) = K_{gas}(F_{cil}(p,r) - F_{far}(\alpha_e))$$
(1.3)

Parametro	Valore	Unità di misura	Simbolo
Costante collettore	233.36	$s^{-2}m^{-1}$	$K_{gas}$

Tabella 1.3: Parametri equazione p

La portata d'aria in ingresso al cilindro  $F_{cil}$  è una funzione non lineare della pressione del collettore di aspirazione p e del numero di giri dell'albero motore r, misurati in giri/minuto. Anche questa funzione è descritta da tabelle estratte dal modello ed i parametri sono indicati in Tabella 1.4.

$$F_{cil}(p,r) = p(t)(Ka_{in}(r)r(t) + \Delta a_{in}(r)) + Kb_{in}(r)r(t) + \Delta b_{in}(r)$$
(1.4)

Nel grafico di Fig.1.3, è riportato l'andamento della portata di ingresso ai cilindri in funzione della pressione e del numero di giri, dal quale si può apprezzare la non linearità di tale funzione.



Figura 1.3: Portata aria in ingresso ai cilindri in funzione della pressione del collettore di aspirazione p e del numero di giri r.

r	$Ka_{in}(r)$	$\Delta a_{in}(r)$	$Kb_{in}(r)$	$\Delta b_{in}(r)$
< 1200	$1.500 \cdot 10^{-10}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$-1.389 \cdot 10^{-6}$	$-5.556 \cdot 10^{-4}$
1200 - 1900	$1.548 \cdot 10^{-10}$	$-1.86 \cdot 10^{-3}$	$-7.937 \cdot 10^{-7}$	$-1.587 \cdot 10^{-4}$
1900 - 2250	$1.746 \cdot 10^{-10}$	$-15.40 \cdot 10^{-3}$	0	-0.002
2250 - 2800	$1.818 \cdot 10^{-10}$	$-21.30 \cdot 10^{-3}$	$-1.515 \cdot 10^{-6}$	0.002
> 2800	$2.302 \cdot 10^{-10}$	$-70 \cdot 10^{-3}$	$-1.587 \cdot 10^{-6}$	0.002

Tabella 1.4: Parametri equazione  $F_{cil}$ 

### 1.1.3 Cilindro

In questo elemento avviene la generazione della coppia. Il legame con le variabili in ingresso è di tipo statico e fortemente non lineare. Dall'analisi di questa relazione si possono trarre molte informazioni per l'ottimizzazione dei consumi.

La coppia generata dal motore in funzionamento a carica stratificata è una funzione non lineare dipendente da vari ingressi, quali: Quantità benzina iniettata  $q_b$  misurata in mg, numero giri/minuto albero motore  $r \in \lambda$ , una grandezza che contribuisce in tale funzione come fattore di rendimento.

Il  $\lambda$  rappresenta il rapporto aria/benzina normalizzato a quello stechiometrico (14,56), è un numero puro ed è esprimibile come funzione non lineare di pressione del collettore di aspirazione p, numero di giri r e benzina iniettata  $q_b$ :

$$\lambda = f_{\lambda}(r, p, q_b) = K_{\lambda} \frac{F_{cil}(p, r)}{Rpm \cdot q_b}$$
(1.5)

Parametro	Valore	Unità di misura	Simbolo
Costante $\lambda$	$\frac{60 \cdot 10^6}{2 \cdot 14.56}$		$K_{\lambda}$

Tabella 1.5: Parametri equazione  $\lambda$ 

Come abbiamo detto  $\lambda$  costituisce un fattore di rendimento ed in particolare l'equazione della coppia generata dal motore ha la seguente forma

$$\overline{\mathcal{T}_{eng}}(q_b, r, \lambda) = \mathcal{T}_{eng}(q_b, r) \cdot \eta(\lambda)$$
(1.6)

dove la funzione  $\eta(\lambda)$  è una funzione non lineare dipendente oltre che da  $\lambda$  anche dal numero di giri e dalla coppia prodotta. Tuttavia nella zona di lavoro del motore attorno al regime di minimo, ed in particolare per:

• Coppie generate  $\overline{\mathcal{T}_{eng}}(q_b, r, \lambda) \leq 60 \text{ Nm}$ ;



Figura 1.4: Rendimento generazione coppia in funzione di  $\lambda$ .

• Giri albero motore  $r(t) \leq 4000$  giri/minuto.

può essere espressa in funzione del solo  $\lambda$  ed ha l'andamento mostrato in Fig.1.4.

Dato che l'obiettivo è l'ottimizzazione dei consumi è risultato utile semplificare tale funzione supponendo di far lavorare il motore sempre nella zona di massimo rendimento, cioè con  $\eta(\lambda)=1$  e quindi:

$$\lambda \in \begin{bmatrix} 1, 4 & 2 \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

La funzione di generazione della coppia, allora, si riduce a:

$$\mathcal{T}_{eng}(q_b, r) = q_b(t)(Ka_\tau(r)r(t) + \Delta a_\tau(r)) + Kb_\tau(r)r(t) + \Delta b_\tau(r))$$
(1.8)

dove i parametri  $Ka_{\tau}(r)$ ,  $\Delta a_{\tau}(r)$ ,  $Kb_{\tau}(r)$ ,  $\Delta b_{\tau}(r)$  provengono dalle tabelle presenti nello schema *Simulink* del modello del motore e sono indicati in Tabella 1.6.

r	$Ka_{\tau}(r)$	$\Delta a_{\tau}(r)$	$Kb_{\tau}(r)$	$\Delta b_{\tau}(r)$
< 1200	0.0002	5.36	0.0060	-8.2
1200 - 1900	$7.14 \cdot 10^{-4}$	4.743	-0.0057	5.855
1900 - 2250	-0.0029	11.53	0.0371	-75.57
2250 - 2800	$3.09 \cdot 10^{-4}$	4.4	-0.0036	16.18
> 2800	$-2.86 \cdot 10^{-5}$	5.35	-0.0031	14.56

Tabella 1.6: Parametri equazione  $\mathcal{T}_{eng}$ 

In questa equazione compaiono non linearità di tipo prodotto, l'andamento della coppia generata in funzione del numero di giri e della benzina iniettata è mostrato in Fig.1.5.

#### 1.1.4 Coppie resistenti

Le coppie resistenti interne al motore sono la coppia d'attrito  $\mathcal{T}_a$ , dovuta alle parti meccaniche in movimento, e la coppia di pompaggio  $\mathcal{T}_p$ , che modella la coppia dissipata durante le fasi di aspirazione, compressione e scarico. Quest'ultima è proporzionale alla differenza tra pressione nel collettore di aspirazione e pressione nel collettore di scarico.

Sono presenti inoltre altre coppie resistenti date da carichi esterni,  $\mathcal{T}_d$ , che verranno descritte in dettaglio nel paragrafo (§1.3). Queste entrano a far parte del modello come ingressi non manipolabili.

Quindi la coppia di carico totale sull'albero motore  $\mathcal{T}_c$ , è data da :



Figura 1.5: Coppia in funzione di numero di girire benzina iniettata  $q_b$ 

$$\mathcal{T}_c = \mathcal{T}_a + \mathcal{T}_p + \mathcal{T}_d \tag{1.9}$$

Dove la coppia d'attrito è descritta dalla seguente equazione

$$\mathcal{T}_a(r) \simeq K_a(r)r(t) + \Delta_a(r) \tag{1.10}$$

con i parametri  $K_a(r) \in \Delta_a(r)$  che sono i coefficienti che approssimano la tabella presente sul modello nel modo che si vede in Fig.1.6 e sono indicati nella Tabella 1.7.

Mentre l'equazione della coppia di pompaggio è:



Figura 1.6: Approssimazione tabella che lega la coppia d'attrito  $\mathcal{T}_a$  al numero di giri/minuto dell'albero motore r.

r	< 1643	1643 - 2000	> 2000
$K_a(r)$	0.0067	0,0020	0.007
$\Delta_a(r)$	4.333	12	2

Tabella 1.7: Parametri equazione  $\mathcal{T}_a$ 

$$\mathcal{T}_p(p) \simeq K_p(p(t) - P_{scar}) \tag{1.11}$$

Dove il parametro  ${\cal K}_p$  dipende dalla cilindrata totale e dal numero di

cilindri, mentre  $P_{scar}$  è la pressione del collettore di scarico che è stata fissata al suo valore medio. I valori sono riportati in Tabella 1.8.

Parametro	Valore	Unità di misura	Simbolo
Costante pompaggio	$4.995 \cdot 10^{-4}$	$m^3$	$K_p$
Pressione coll.scarico	100123.5	Pa	$P_{scar}$

Tabella 1.8: Parametri equazione  $\mathcal{T}_p$ 

### 1.1.5 Dinamica meccanica del motore

L'equilibrio delle coppie motrici e resistenti dà luogo a quest'ultima equazione dinamica sul numero di giri:

$$\dot{r}(t) = K_J(\mathcal{T}_{eng}(q_b, r) - \mathcal{T}_a(r) - \mathcal{T}_p(p) - \mathcal{T}_d(t))$$
(1.12)

dove

$$K_J = \frac{60}{J \cdot 2 \cdot \pi}$$

e J è il momento d'inerzia del motore, il cui valore è riportato in Tabella 1.9

Parametro	Valore	Unità di misura	Simbolo
Momento d'inerzia	0.167	$Kg \cdot m^2$	J

Tabella 1.9: Parametri equazione r.

#### 1.1.6 Rappresentazione di stato

Da questa prima analisi del modello a valori medi si mette in evidenza che la dinamica del motore può essere descritta utilizzando tre variabili di stato, ed in particolare: Stato :

- Angolo farfalla effettivo in gradi,  $\alpha_e$ ;
- Pressione collectore aspirazione in pascal, p;
- Numero giri/minuto dell'albero motore, r.

Gli ingressi manipolabili sono l'angolo farfalla  $\alpha$  e la quantità di benzina iniettata  $q_b$ . L'ingresso non manipolabile (il disturbo) è la coppia di carico che agisce sull'albero motore  $\mathcal{T}_d$ , le uscite infine sono  $r \in \lambda$ .

$$x(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ p(t) \\ \alpha_e(t) \end{bmatrix} \qquad u(t) = \begin{bmatrix} q_b(t) \\ \alpha(t) \\ T_d(t) \end{bmatrix} \qquad y(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} \qquad (1.13)$$

Le equazioni di aggiornamento del sistema non lineare complessivo risultano essere quindi le seguenti :

$$\begin{cases} \dot{r}(t) = f_r(r, p, q_b, \mathcal{T}_d) = K_J(\mathcal{T}_{eng}(q_b, r) - \mathcal{T}_a(r) - \mathcal{T}_p(p) - \mathcal{T}_d(t)) \\ \dot{p}(t) = f_p(r, p, \alpha_e) = K_{gas}(F_{cil}(p, r) - F_{far}(\alpha_e)) \\ \dot{\alpha}_e(t) = f_{\alpha_e}(\alpha_e, \alpha) = \frac{1}{\tau_\alpha} \alpha_e(t) + c_\alpha \alpha(t - d_\alpha) \end{cases}$$
(1.14)

## 1.2 Modello Ibrido

Un motore a combustione interna è certamente un impianto ibrido in quanto nel suo funzionamento sono coinvolte sia grandezze continue come ad esempio la pressione nel collettore di aspirazione o l'apertura dell'angolo farfalla, sia grandezze discrete come lo scocco della scintilla o l'iniezione della benzina. Questo è dovuto alla divisione del ciclo di funzionamento del motore (ciclo motore) in 4 distinte fasi : Aspirazione, Compressione, Espansione, *Scarico*. Risulta quindi indispensabile modificare il modello a valori medi per ottenere un modello ibrido che sia in grado di descrivere il funzionamento dell'impianto reale. Il modello ibrido sarà poi utilizzato per le simulazioni e su questo verranno verificarte le prestazioni ed il funzionamento del controllore progettato.

### 1.2.1 Analisi grandezze discrete

Per effettuare un opportuna trasformazione del modello a valori medi in modello ibrido, occorre innanzitutto analizzare l'evoluzione delle grandezze coinvolte nelle fasi del ciclo motore. I grafici di Fig.1.7 e Fig.1.8 mostrano l'evoluzione di tali grandezze *ibride*.



Figura 1.7: Andamento della coppia durante le diverse fasi del ciclo motore.

I fenomeni che sono stati individuati come *ibridi*, a questo livello di astrazione, sono la generazione della coppia e l'andamento della portata d'aria



Figura 1.8: Andamento *ibrido*, della portata d'aria in ingresso al cilindro  $F_{cil}$  e della benzina iniettata  $q_b$  durante le diverse fasi del ciclo motore.

nel cilindro.

La coppia si considera generata al momento della combustione all'inizio della fase di espansione.

La massa d'aria che partecipa alla generazione della coppia è determinata dalla portata in ingresso al cilindro durante la fase di aspirazione.

Per adattare tali grandezze al modello a valori medi abbiamo introdotto alcune approssimazioni.

La coppia è stata fatta generare in modo costante durante la fase di espansione, campionando la quantità benzina all'inizio della fase e poi mantenedola costante per tutta la sua durata.

La portata d'aria è stata campionata all'inizio della fase di compressione, ritardata di un tempo pari alla durata di una fase motore (la fase di compressione stessa), e poi mantenuta costante durante tutta la fase di espansione.

#### 1.2.2 Realizzazione

Per la realizzazione dello schema ibrido abbiamo aggiunto alcuni blocchi allo schema Simulink originale, ed in particolare abbiamo utilizzato:

- Due blocchi di tenuta di ordine zero ma con un tempo di campionamento variabile pari ad una fase motore, ossia inversamente proporzionale al numero di giri, *Zohvar*;
- Un blocco che genera un segnale di inizio fase motore, Sync;
- Un blocchi che realizzano un ritardo variabile, inversamente proporzionale al numero di giri *Delamar*



Figura 1.9: Schema dei blocchi per la realizzazione del modello ibrido.

Come si vede dalla Fig.1.9, il blocco *Sync* genera un segnale di sincronismo di inizio fase motore, ed un segnale che indica la durata della fase,



Figura 1.10: Dettaglio del blocco Zohvar.



Figura 1.11: Dettaglio del blocco Sync.

dipendente dal numero giri. I due blocchi *Zohvar* realizzano il campionamento tempo variante, ed il blocco *Delayvar* introduce il ritardo variabile sulla massa d'aria.

Nelle Fig.1.12 e Fig.1.13 è riportata l'evoluzione delle grandezze ibride  $\vartheta$  e *Clock* rispettivamente la durata e l'inizio di ogni fase del ciclo motore.



Figura 1.12: Seconda uscita del bloccosync.Durata di una fase del ciclo motore $\vartheta$ in funzione del numero di giri.



Figura 1.13: Prima uscita del blocco *sync*. Segnale impulsivo che scandisce l'inizio delle fasi motore in funzone del numero di giri. Questo sengale è usato come clock dai blocchi *Zohvar*.

## 1.3 Modello del Disturbo

Il disturbo è costituito da coppie di carico che agiscono sull'albero motore, queste possono derivare ad esempio dall'azionamento degli alza-cristalli, dalla ventola o da qualsiasi altro dispositivo elettrico a bordo, dal compressore del condizionatore oppure dalla pompa carburante ad alta pressione. Tutti i possibili carichi sono stati divisi in tre grandi famiglie:

- Disturbi di grosse entità (più di 10 Nm), generati da apparati di cui si ipotizza di conoscere gli istanti di accensione e spegnimento con un certo anticipo, come ad esempio il compressore del condizionatore. D'ora in avanti tali disturbi verranno indicati come disturbi predicibili ( $T_{pr}$ ).
- Disturbi medio-piccoli (qualche Nm) di cui invece non si conoscono gli istanti di arrivo, come ad esempio quelli dovuti ai carichi elettrici, da ora in poi indicati come disturbi impredicibili ( $\mathcal{T}_{imp}$ ).
- Disturbi costanti, come ad esempio il carico dovuto al pompaggio carburante per l'iniezione ad alta pressione ( $\mathcal{T}_{cost}$ ).

L'informazione di accensione e spegnimento di apparati che generano dei disturbi predicibili è modellata con un'onda quadra che è alta quando l'apparato è acceso, bassa quando è spento.

Per queste famiglie di disturbi vengono inoltre fissati degli insiemi di appartenenza,  $D_{pr}$  (fino a 12 Nm) per i disturbi predicibili,  $D_{imp}$  (fino a 5 Nm) per quelli impredicibili, mentre quelli costanti vengono fissati a 3 Nm:

$$\mathcal{T}_{pr}(t) \in D_{pr} = \{ \mathcal{T} \in \mathbb{R} : 0 \le \mathcal{T} \le 5 \}$$

$$(1.15)$$

$$\mathcal{T}_{imp}(t) \in D_{imp} = \{ \mathcal{T} \in \mathbb{R} : 0 \le \mathcal{T} \le 12 \}$$
(1.16)
$$\mathcal{T}_{cost}(t) = \mathcal{T}_{cost} = 3 \tag{1.17}$$

La coppia di disturbo che globalmente agisce sull'albero motore è ottenuta dalla somma di questi tre contenuti.

$$\mathcal{T}_d(t) = \mathcal{T}_{pr}(t) + \mathcal{T}_{imp}(t) + \mathcal{T}_{cost}$$

## 1.4 Linearizzazione

La regione di funzionamento del motore nella quale il controllo si troverà ad operare è ristretta al regime di minimo. Per regime di minimo si intende numero di giri attorno a 750 giri/minuto e basse coppie prodotte dal motore. Per ottenere un modello per la sintesi del controllo è risultato conveniente adottare una linearizzazione locale attorno ad un adeguato punto di equilibrio, valutato in base alle specifiche e alla zona di lavoro. Sulle specifiche ritorneremo nel Cap.2, per ora diciamo che si è scelto di linearizzare attorno all'equilibrio corrispondente a:

- Coppia di disturbo  $\mathcal{T}_d(t) = \mathcal{T}_{cost} = 3$  Nm;
- Numero di giri albero motore 750 giri/minuto;
- $\lambda = 2$ .

che corrispondono ai seguenti valori d'equilibrio per lo stato, gli ingressi e le uscite:

$$x_{0} = \begin{bmatrix} r_{0} = 750 \\ p_{0} = 37557 \\ \alpha_{e0} = 4.8 \end{bmatrix} \qquad u_{0} = \begin{bmatrix} q_{b0} = 5.1646 \\ \alpha_{0} = 4.8 \\ \mathcal{T}_{d0} = 3 \end{bmatrix} \qquad y_{0} = \begin{bmatrix} r_{0} = 750 \\ \lambda_{0} = 2 \end{bmatrix}$$

Riprendendo le equazioni del modello non lineare (1.14), il modello lineare tempo continuo può essere così scritto

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \Phi \cdot (x - x_0) + G \cdot (u - u_0) \\ y(t) = H \cdot (x - x_0) + D \cdot (u - u_0) \end{cases}$$
(1.18)

Dove

$$\Phi = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial f_r}{\partial r}\right]_{x_0} & \left[\frac{\partial f_r}{\partial p}\right]_{x_0} & 0\\ \left[\frac{\partial f_p}{\partial r}\right]_{x_0} & \left[\frac{\partial f_p}{\partial p}\right]_{x_0} & \left[\frac{\partial f_p}{\partial \alpha_e}\right]_{x_0} \end{bmatrix} \qquad G = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial f_r}{\partial q_b}\right]_{x_0} & 0 & \left[\frac{\partial f_r}{\partial T_d}\right]_{x_0} \\ 0 & 0 & \left[\frac{\partial f_{\alpha_e}}{\partial \alpha_e}\right]_{x_0} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ \left[\frac{\partial f_{\lambda}}{\partial r}\right]_{x_0} & \left[\frac{\partial f_{\lambda}}{\partial p}\right]_{x_0} & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0\\ \left[\frac{\partial f_{\lambda}}{\partial q_b}\right]_{x_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### 1.4.1 Gestione dei ritardi

Come sottolineato durante la realizzazione del modello ibrido in (§1.2), l'impianto contiene dei ritardi di durata variabile su alcune grandezze, su tali ritardi è stato necessario fare alcune approssimazioni. In particolare il ritardo di una fase motore sulla portata d'aria in ingresso al cilindro è stato trasferito sull'ingresso  $q_b$ , dato che in maniera indiretta si ripercuoteva sulla generazione della coppia, ed è stato fissato al suo valore medio nel punto di linearizzazione, 40 ms, tempo di una fase motore quando il motore gira a 750 giri/minuto. La presenza di ritardi sugli ingressi comporta la difficoltà di dover trattare un sistema con dimensione infinita, questa complicazione verrà risolta trasformando il sistema T.C. in un sistema T.D. con un opportuna scelta del tempo di campionamento e recuperando i ritardi sugli ingressi con l'estensione dello stato.

## 1.5 Discretizzazione

In questa ultima fase si ottiene un modello T.D. di un impianto MIMO adatto alla sintesi del controllore. L'attenzione in questa fase è stata rivolta alla scelta del tempo di campionamento, in modo da ottenere ritardi multipli di tale tempo evitando così la nascita di ritardi frazionari. Il periodo di campionamento, in accordo anche con le costanti di tempo e l'andamento in frequenza del sistema, è stato fissato a:

$$T_c = 10 \ ms$$
 ,  $f_c = 100 \ Hz$  (1.19)

Il metodo di discretizzazione utilizzato è il metodo ZOH. Per togliere i ritardi sugli ingressi è stata fatta un'estensione dello stato pari al numero di passi di ritardo, che risultano essere 4 per il primo ingresso e 2 per il secondo. Ottenendo così il seguente modello tempo discreto.

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + B_d d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(1.20)

Dove

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} -0.5718 \\ 0.2331 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.09e - 4 & 6.01e - 5 & 0 & -0.387 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E dove i vettori di ingresso, stato e uscita sono:

$$x(t) = \begin{bmatrix} r(t) - r_0 \\ p(t) - p_0 \\ \alpha_e(t) - \alpha_{e0} \\ q_b(t - 4) - q_{b0} \\ q_b(t - 3) - q_{b0} \\ q_b(t - 2) - q_{b0} \\ q_b(t - 1) - q_{b0} \\ \alpha(t - 2) - \alpha_0 \\ \alpha(t - 1) - \alpha_0 \end{bmatrix} \qquad u(t) = \begin{bmatrix} q_b(t) - q_{b0} \\ \alpha(t) - \alpha_0 \end{bmatrix} \qquad d(t) = \begin{bmatrix} T_d(t) - T_{d0} \end{bmatrix}$$

Che però da ora in avanti, per semplicità di notazione, verranno rinominati come i loro valori assoluti, e cioè :

r(t) anzichè  $r(t) - r_0$  ,  $q_b(t)$  anzichè  $q_b(t) - q_{b0}$  , ecc...

ottenendo $\cos i$  :

$$x(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ p(t) \\ \alpha_e(t) \\ q_b(t-4) \\ q_b(t-3) \\ q_b(t-2) \\ q_b(t-2) \\ q_b(t-1) \\ \alpha(t-2) \\ \alpha(t-1) \end{bmatrix} \qquad u(t) = \begin{bmatrix} q_b(t) \\ \alpha(t) \end{bmatrix} \qquad d(t) = \begin{bmatrix} T_d(t) \end{bmatrix}$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix}$$

Con i quali si intenderà sempre, tuttavia, gli scostamenti dai valori d'equilibrio.

## Capitolo 2

# Controllo LQ

In questo capitolo viene descritta la strategia di controllo adottata e ne vengono spiegate le principali motivazioni. Nei paragrafi (§2.5) e (§2.3) si progetta il controllo LQ e lo si adatta al meglio all'impianto sfruttando le informazioni a disposizione sul disturbo. Seguono poi delle prove sperimentali ed alcune conclusioni.

## 2.1 Specifiche del controllo

L'obiettivo è quello di progettare un controllo che minimizzi i consumi durante il funzionamento in regime di minimo.

Accanto alle equazioni dinamiche del sistema è necessario considerare alcuni vincoli sugli ingressi e sullo stato che tengono conto dei limiti fisici dell'impianto e della saturazione degli attuatori.

In particolare il numero di giri/minuto dell'albero motore (r) deve essere compreso fra 710 e 790 giri, l'estremo inferiore deriva da limiti meccanici dell'impianto. Infatti sotto una precisa soglia di giri (che noi supporremo 710) il motore non è più in grado di autosostenersi e la centralina è costretta ad avviare un procedura che porta allo spegnimento. L'estremo superiore invece non è strettamente legato ai limiti fisici dell'impianto, ma è invece un vincolo di prestazione (e quindi in questo senso può essere pensato come un vincolo di tipo soft).

L'intervallo sul numero di giri a regime, invece, è stato fissato dalle specifiche fornite da Magneti Marelli a  $750 \pm 10$  giri/minuto.

Regime transitorio	$710 = r_m \le r(t) \le r_M = 790$
Regime permanente	$740 \le rif_r \le 760$

Tabella 2.1: Vincoli sul numero di giri.

L'angolo di apertura della valvola a farfalla, per ovvie ragioni fisiche, deve essere maggiore uguale di zero ed inoltre si pone un vincolo anche sulla sua massima velocitá di spostamento  $|\delta \alpha_e(t)| \leq 500$  °/s.

Regime transitorio	$\alpha_e(t) \ge \alpha_{em} = 0$
Regime permanente	$-500 = \delta \alpha_{em} \le \delta \alpha_e(t) \le \delta \alpha_{eM} = 500$

Tabella 2.2: Vincoli sull' angolo farfalla.

La quantità di benzina in ingresso espressa in milligrammi deve essere maggiore uguale ad una soglia minima, che è stata fissata ad 1 mg, in quanto l'iniettore non riesce a realizzare tempi di iniezione che vanno con continuità a 0.

Tabella 2.3: Vincoli sulla benzina iniettata.

Infine bisogna considerare un vincolo di tipo operativo per il  $\lambda$ , che durante i transitori deve appartenere all'intervallo [0,8 3,5], come conseguenza del fatto che si vuole rimanere entro un regime in cui la dinamica dell'impianto sia descritta in modo sufficientemente corretto dal modello (anche quest'ultimo è un vincolo di tipo *soft*). Mentre dalle considerazioni sul rendimento fatte in (§1.1) deriva che in regime stazionario  $\lambda$  deve appartenere all'intervallo [1,4–2].

Regime transitorio	$0,8 = \lambda_m \le \lambda(t) \le \lambda_M = 3,5$
Regime permanente	$1, 4 \le rif_{\lambda} \le 2$

Tabella 2.4: Vincoli sulla benzina iniettata.

# 2.2 Analisi dei consumi e scelta della strategia

Come soluzione di questo problema di controllo vincolato abbiamo utilizzato uno schema che separa il problema delle prestazioni da quello del soddisfacimento dei vincoli tramite la realizzazione di due anelli di controllo, un primo anello (anello interno), che permette di raggiungere le prestazioni desiderate e puó essere realizzato con un qualsiasi schema di controllo lineare ed un secondo anello (anello esterno) in cui un dispositivo, il Command Governor, di cui parleremo più approfonditamente nel Cap.3, si preoccupa di garantire il soddisfacimento dei vincoli.

Inizialmente, quindi, ci preoccuperemo di individuare una strategia di controllo che minimizzi i consumi senza preoccuparci dei vincoli che verranno trattati in un secondo momento. Dallo studio del funzionamento del motore in regime di minimo risulta che il consumo è principalmente influenzato da tre fattori:

- Il numero di giri in regime stazionario;
- Il valore di  $\lambda$ , sia nel transitorio che nel permanente;
- La forma dei transitori

#### 2.2.1 Consumi in regime stazionario

Il consumo è influenzato da r in vari modi, innanzi tutto il numero di giri



Figura 2.1: Consumo al variare del numero di giri.

determina il numero di iniezioni di benzina nell'unità di tempo. r entra anche nella funzione generatrice della coppia, cioè a parità di benzina iniettata e di  $\lambda$  viene generata una coppia diversa per diversi r, infine la coppia d'attrito è anch'essa funzione del numero di giri/minuto dell'albero a regime.

Anche se queste dipendenze non sono fra loro concordi è stato verificato che l'effetto complessivo è quello di consumi che diminuiscono al diminuire di r, come si può vedere dal grafico di Fig.2.1, quindi per minimizzare i consumi occorre abbassare il numero di giri a regime. Le considerazioni appena fatte sul legame tra numero di giri e consumi ci hanno convinto a fissare il regime di r all'estremo inferiore dell'intervallo ammissibile indicato in Tab.2.1, 740 giri/minuto.

$$rif_r = 740$$
giri/minuto

Tabella 2.5: Riferimento sul numero di giri.

Vediamo ora il legame fra  $\lambda$  in regime permanente e consumo. Avendo stabilito nel Cap.1 che nel funzionamento in modo stratificato  $\lambda$  a regime deve appartenere all'intervallo [1,4 2], adesso osserviamo che una delle coppie resistenti coinvolte nel funzionamento del motore, oltre alla coppia d'attrito, è la coppia di pompaggio.

Tale coppia, come già detto in (§1.1.4), è proporzionale alla differenza tra pressione nel collettore di aspirazione e pressione nel collettore di scarico. D'altra parte a  $\lambda$  maggiori corrispondono maggiori aperture dell'angolo farfalla e quindi maggiori pressioni nel collettore di aspirazione, da cui deriva che al crescere di  $\lambda$  si ha una riduzione delle perdite dovute al pompaggio con conseguente diminuzione dei consumi di benzina, come si può notare dal grafico di Fig.2.2, per cui il  $\lambda$  ottimo risulta essere l'estremo superiore del-



Figura 2.2: Consumo al variare di  $\lambda$ .

l'intervallo, cioè 2.

$$rif_{\lambda} = 2$$

Tabella 2.6: Riferimento su  $\lambda.$ 

#### Conclusioni

Concludendo, le considerazioni sui consumi in regime stazionario ci hanno permesso di scegliere i riferimenti costanti da inseguire in r ed in  $\lambda$ , riassunti

in Tab.2.7.

	Valore	Simbolo
Riferimento $r$	740 giri/minuto	$rif_r$
Riferimento $\lambda$	2	$rif_{\lambda}$

Tabella 2.7: Riepilogo riferimenti.

#### 2.2.2 Transitori

Gli ingressi di controllo del sistema sono la quantità di benzina iniettata, espressa in milligrammi,  $q_b$ , ed il comando della valvola a farfalla espresso in gradi,  $\alpha$ .

Per avere consumi bassi durante i transitori è necessario avere  $\delta q_b$  piccoli e  $\lambda$  il più possibile vicino al suo valore ottimo. Questo vuol dire guadagni ad anello piccoli sul primo ingresso di controllo  $(q_b)$  e grandi sul secondo  $(\alpha)$ . Per risolvere l'inseguimento, allora, si è deciso di adottare un controllo LQ perché questo tipo di controllo permette di tener conto di "richieste" di questo tipo. La soluzione dell'LQ infatti, risulta ottima rispetto ad un indice in cui vengono pesate sia le prestazioni che il "costo" degli ingressi di controllo. In questo modo grazie ad un opportuna scelta dell'indice, il cui argomento verrà affrontato nel paragrafo (§2.3), è possibile fissare nel modo più opportuno il compromesso tra prestazioni e consumo di benzina.

Concludendo, quindi, le considerazioni fin qui fatte sul funzionamento del motore ci hanno permesso di tradurre il problema della minimizzazione dei consumi in un problema di inseguimento.

Ci siamo cioè ricondotti ad un classico problema di controllo:

Inseguimento di un riferimento costante da parte di un sistema soggetto a disturbi, risolto con un controllo LQ.

## 2.3 Introduzione al controllo LQ

Consideriamo il seguente sistema lineare tempo invariante

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$(2.1)$$

Dove

- $x(t) \in \mathbb{R}^n$  è il vettore di stato;
- $u(t) \in \mathbb{R}^p$  è l'ingresso;
- $y(t) \in \mathbb{R}^m$  è l'uscita.

Si assume che la terna (A,B,C) sia stabilizzabile e rivelabile.

La sintesi del controllo LQOR viene fatta attraverso la minimizzazione del seguente funzionale di costo:

$$J = \sum_{t=0}^{\infty} \|y(t)\|_{\Psi_y}^2 + \|u(t)\|_{\Psi_u}^2$$

$$\Psi_y = \Psi_y' \ge 0 \qquad e \qquad \Psi_u = \Psi_u' > 0$$
(2.2)

 $\cos$ 

La soluzione del problema LQOR è rappresentata dalla seguenza di controllo che minimizza (2.2).

Come dimostrato in [M95], (A, B, C) stabilizzabile e rivelabile è condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di una soluzione di questo problema che è data dalla legge di controllo stabilizzante:

$$u(t) = Fx(t) \tag{2.3}$$

Dove

$$F = -(\Psi_u + B'PB)'B'PA$$

E dove P è la soluzione della seguente Equazione Algebrica di Riccati

$$P = A'PA - A'PB(\Psi_u + B'PB)'B'PA + C'\Psi_yC$$

### 2.4 Applicazione del controllo LQ

Adesso ci occuperemo di realizzare il controllore LQOR che permetta l'inseguimento di  $r \in \lambda$ , questo verrà fatto, come già detto in (§2.2), senza considerare i vincoli. La sintesi del controllore LQOR verrà fatta sulla base del modello linearizzato tempo discreto dell'impianto (1.20), dove supporremo nullo il disturbo d(t).

Riguardo alle proprietà strutturali del modello utilizzato per la sintesi è stato verificato che la terna (A,B,C) è stabilizzabile e rivelabile ed inoltre che

$$det \begin{bmatrix} I_9 - A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \neq 0.$$
(2.4)

#### 2.4.1 Il modello incrementale

Il sistema non è dotato di effetto integrale, quindi per ottenere inseguimento con errore a regime nullo e reiezione dei disturbi costanti dobbiamo dotare di tale effetto l'anello di controllo. Questo può essere fatto con l'utilizzo della tecnica del *Modello Incrementale* [ACM99], la quale prevede una ridefinizione dello stato dell'impianto la cui dinamica viene descritta attraverso quello che viene chiamato lo *Stato Incrementale*:

$$\chi(t) = \begin{bmatrix} \delta x(t) \\ \varepsilon(t-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{11}$$
(2.5)

Dove  $\delta x(t) := x(t) - x(t-1)$  e  $\varepsilon(t-1) := y(t-1) - r(t-1)$ Le equazioni di aggiornamento per questo stato possono essere direttamente ricavate dalle (1.20) e sono:

$$\begin{cases} \chi(t+1) = A_{inc}\chi(t) + B_{inc}\delta u(t) \\ \varepsilon(t) = C_{inc}\chi(t) \end{cases}$$
(2.6)  
Con  $A_{inc} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & I_2 \end{bmatrix} \qquad B_{inc} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C_{inc} = \begin{bmatrix} C & I_2 \end{bmatrix}$ 

Propietá 1.

$$\begin{cases} (A,C) \quad rivelabile \quad \Rightarrow \quad (A_{inc},C_{inc}) \quad rivelabile \\ (2.4) \quad \Leftrightarrow \quad (A_{inc},B_{inc}) \quad stabilizzabile \end{cases}$$

Adesso la sintesi del controllo LQOR viene fatta su questo nuovo modello dell'impianto attraverso la minimizzazione del seguente funzionale di costo:

$$J = \sum_{t=0}^{\infty} \|\varepsilon(t)\|_{\Psi_{\varepsilon}}^{2} + \|\delta u(t)\|_{\Psi_{u}}^{2}$$
(2.7)

 $\operatorname{con} \qquad \Psi_{\varepsilon} = \Psi_{\varepsilon}^{'} \geq 0 \qquad e \qquad \Psi_{u} = \Psi_{u}^{'} > 0$ 

La soluzione che minimizza (2.7) è data dalla legge di controllo stabilizzante:

$$\delta u(t) = F\chi(t) \tag{2.8}$$

Gli ingressi da fornire all'impianto u(t), vengono poi ricavati integrando le  $\delta u(t)$ .

Il funzionale di costo (2.7) non è altro che la somma pesata delle energie del segnale di ingresso  $\delta u(t)$  e dell'errore di inseguimento  $\varepsilon(t)$ .



Figura 2.3: Somma delle  $\delta q_b^2(t)$ .

L'energia dell'errore di inseguimento può essere immediatamente interpretata come un indice delle prestazioni del controllo. Mentre l'interpretazione dell'energia del segnale in ingresso,  $\delta u(t)$ , non è immediata. Concentrando l'attenzione sul primo ingesso di controllo, innanzitutto osserviamo, come si vede dalla Fig.2.3, che nell'indice 2.7 vengono pesate le variazioni di tale segnale di ingresso e non il suo valore assoluto. D'altra parte occorre osservare che a regime, sotto l'effetto di un disturbo costante la quantità di benzina in ingresso all'impianto non è influenzata dal controllo. È giusto presupporre quindi, che il costo del controllo, nel nostro caso in termini di consumo di benzina, sia valutabile attraverso una qualche misura degli interventi che si hanno durante i transitori e non dal valore degli ingressi a regime.

Il funzionale di costo (2.7), così come è scritto, fornisce proprio una misura in tal senso ed in particolare tende a penalizzare gli interventi bruschi ed a premiare quelli dolci.

D'altra parte attraverso simulazioni effettuate sul modello dell'impianto fornito da Magneti Marelli nelle più disparate condizioni di funzionamento, abbiamo constatato che il consumo si riduce con l'aumentare della prontezza del secondo ingresso di controllo,  $\alpha$ , e col diminuire, invece, della prontezza del primo ingresso di controllo,  $q_b$ .

In tal senso, riprendendo il segnale che viene pesato nell'indice (2.7):

$$\delta u(t) = \begin{bmatrix} \delta q_b(t) \\ \delta \alpha(t) \end{bmatrix}$$

è possibile interpretarne l'energia, ed in particolare quella della sua prima componente, come un indice del consumo di benzina del sistema controllato. Così che, riassumendo, il funzionale di costo (2.7) puó essere interpretato come la somma pesata di una misura del consumo di benzina del controllo e di una misura delle sue prestazioni, e le matrici  $\Psi_u$  e  $\Psi_{\varepsilon}$  sono i pesi di tali misure.

Scegliendo opportunamente tali matrici (taratura) è possibile ottenere il compromesso che meglio realizza l'obbiettivo che ci si prefigge di raggiungere risolvendo il problema di ottimizzazione, nel nostro caso la minimizzazione dei consumi di benzina compatibilmente con il soddisfacimento delle specifiche di controllo.

Il problema della taratura non è affatto banale e risulta ancor più difficoltoso in sistemi con ingressi ed uscite multiple (MIMO). Quello che risulta chiaro comunque, è che la strategia di taratura è strettamente legata a quello che si vuole ottenere dal controllo.

Da osservazioni sui fenomeni fisici che regolano il funzionamento dell'impianto è risultato che la prima uscita (r) è influenzata soprattutto dal primo ingresso di controllo  $(q_b)$  ed inoltre che il secondo ingresso di controllo  $(\alpha)$  influenza maggiormente la seconda uscita  $(\lambda)$ . Questo ci ha suggerito di fissare la forma delle matrici  $\Psi_u \in \Psi_{\varepsilon} \cos i$ :

$$\Psi_u = \begin{bmatrix} \rho_1/q_{b0} & 0\\ 0 & \rho_2/\alpha_0 \end{bmatrix} \qquad \qquad \Psi_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1/r_0 & 0\\ 0 & 1/\lambda_0 \end{bmatrix}$$

In questo modo  $\rho_1$  può essere interpretato come il rapporto fra i pesi della misura del consumo di benzina e quella delle prestazioni di inseguimento di re  $\rho_2$  può, invece, essere interpretato come il rapporto tra il peso della misura del costo dell'azione sull'angolo farfalla e quello della misura delle prestazioni di inseguimento di  $\lambda$ .

Quindi per realizzare l'obbiettivo che ci siamo prefissati dovremo spingere  $\rho_1$ ad essere il più grande possibile, in modo da ridurre i consumi, ma al tempo stesso abbastanza piccolo da garantire il soddisfacimento delle specifiche di controllo sull'inseguimento di r. Mentre  $\rho_2$  dovrà essere tale da far lavorare il motore con  $\lambda$  quanto più possibile vicino a 2 senza che però il comportamento dell'angolo farfalla diventi troppo attivo.

Come vedremo nel Cap.3, sfruttando alcune informazioni ricavate dalla teoria del *Command Governor*, le matrici di peso  $\Psi_u$  e  $\Psi_{\varepsilon}$  sono state fissate così:

$$\Psi_{u} = \begin{bmatrix} 1400 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad \qquad \Psi_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 2.7 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.9)

#### 2.4.2 Simulazioni

La simulazione è stata eseguita partendo da condizioni iniziali di equilibrio sul punto : r = 740 giri/minuto e  $\lambda = 2$ .

Il disturbo considerato è lo stesso in tutte le simulazioni effettuate.

Nei grafici gli istanti numerati corrispondono ad ingressi ed uscite delle coppie di disturbo, ed in particolare corrispondono a:

- 1. Ingresso disturbo di 5 Nm, con disturbo predicibile "acceso";
- 2. Uscita disturbo predicibile di 12 Nm;
- 3. Uscita disturbo di 5 Nm, con disturbo predicibile "spento";
- 4. Ingresso disturbo predicibile di 18 Nm;
- 5. Uscita disturbo di 5 Nm, con disturbo predicibile "acceso";
- 6. Uscita disturbo predicibile di 12 Nm.

Il consumo di benzina misurato nella simulazione è stato di 2864 mg di benzina. Quello dovuto ai soli transitori di 9.4 mg, pari a circa lo 0.33% del totale Per i dettagli sulla misura del consumo si veda in appendice.



Figura 2.5: Giri albero motore. Si nota che sulla transizione del disturbo a 13 secondi (4) viene violato il vincolo sul numero di giri.



Figura 2.6: Pressione collettore di aspirazione.



Figura 2.7: Angolo farfalla.



Figura 2.9: Rapporto aria/benzina $\lambda.$ 

Dalle simulazioni si osserva che anche sintetizzando un LQ con guadagno ad anello elevato sul primo ingresso di controllo  $(q_b)$  i vincoli su r non vengono rispettati. Inoltre un alto guadagno sul primo ingresso penalizza le prestazioni in termini di consumo.

Il modello del disturbo visto in (§1.3), tuttavia, ci dice che i carichi di grossa entità sono predicibili, si può pensare allora di usare un controllo LQ con alto guadagno sul primo ingresso solo sui transitori dei disturbi predicibili ed un LQ con guadagno più piccolo nelle altre situazioni.

## 2.5 Utilizzo informazioni sul disturbo

La scelta è stata quella di utilizzare uno schema ibrido o switching, con leggi LQ tarate per le due diverse situaioni.

Lo switch è comandato dall'informazione sull'accensione o spengimento degli apparati che generano i disturbi predicibili. Si è deciso inoltre di ritardare l'accensione o spegnimento vero e proprio di un tempo  $\Delta T$ , Fig.2.10, e di modificare il riferimento su r in preparazione al transitorio sul disturbo predicibile. La modifica del riferimento serve per agevolare il soddisfacimento dei vincoli su r, si alza il riferimento in ingresso di carico e lo si abbassa in uscita.

Sulla scelta di  $\Delta T$ ,  $+\Delta r = -\Delta r$ , e sulla taratura dei due LQ ritorneremo nel Cap.3, per ora diciamo solo che sono stati fissati questi valori :

$$\Delta T = 0.4s + \Delta r = 32 - \Delta r = -17$$
 (2.11)

In questo modo ad ogni istante il controllo è dimensionato esattamente sui disturbi con cui si trova a lavorare, risultando quindi meno conservativo rispetto ad un controllo costituito da un unico LQ dimensionato sul disturbo peggiore.



Figura 2.10: Informazioni disturbo predicibile.

	ρ1	$\rho 2$
LQ1	4000	0.07
LQ2	400	0.7

Tabella 2.8: Pesi dei controlli LQ

Le commutazioni tra i diversi LQ avvengono senza salti visto che gli LQ sono leggi statiche e per quanto riguarda le proprieta di stabilità del sistema è stata verificata l'esistenza di una matrice P simmetrica, definita positiva,

per la quale vale che

$$A1'PA1 - P < 0 \quad e \quad A2'PA2 - P < 0$$

Con  $A1 = A + BK_{LQ1}$ ,  $A2 = A + BK_{LQ2}$ . che, come dimostrato in [DL01] garantisce la stabilità del sistema switching.

#### 2.5.1 Simulazioni

La simulazione è stata eseguita partendo da condizioni iniziali di equilibrio sul punto : r = 740 giri/minuto e  $\lambda = 2$ . Il consumo di benzina misurato nella simulazione è stato di 2861 mg di benzina. Quello dei soli transitori 6.4 mg, pari allo 0.22% del consumo totale. Il disturbo considerato è sempre quello di Fig.3.13. Il controllo LQ2 è attivo solo sulle transizioni del disturbo predicibile : (2), (4), (6).



Figura 2.11: Giri albero motore. Le bande in grigio indicano le zone dove è attivo il controllo LQ2, altrove è attivo il controllo LQ1.



Figura 2.12: Pressione collettore di aspirazione.



Figura 2.13: Angolo farfalla.



Figura 2.15: Rapporto aria/benzina $\lambda.$ 

## 2.6 Considerazioni sulle simulazioni

In entrabe le simulazioni viste, sebbene si ottengano dei bassi consumi di benzina i vincoli vengono violati, ciò conferma che la strategia di controllo scelta risulta appropriata al fine di minimizzare il consumo di benzina ma non permette la trattazione dei vincoli.

Per poter trattare i vincoli e considerare le informazioni sul disturbo nella sintesi del controllo verrà usata la tecnica del Command Governor la quale ci permetterà inoltre di tarare i controllori LQ in fase di analisi senza dover effettuare simulazioni.

## Capitolo 3

## **Command Governor**

Fra le possibili strategie per il trattamento dei vincoli, verrà adottata quella del controllo predittivo ad orizzonte mobile [M95].

Essenzialmente un controllore predittivo ad orizzonte mobile considera un insieme di possibili modi di agire e, per ognuno di essi, ne predice gli effetti su un orizzonte temporale più o meno lungo. I risultati di tali predizioni vengono valutati secondo un qualche criterio o indice di qualità in modo da selezionare l'azione di controllo più appropriata.

Le predizioni sono ricavate sulla base dello stato attuale dell'impianto e di un suo modello dinamico che permette di prevedere l'effetto delle possibili azioni di controllo.

In presenza di vincoli saranno considerate ammissibili solo quelle azioni di controllo a cui corrisponde un evoluzione dello stato predetto che soddisfa i vincoli lungo tutto l'orizzonte temporale di predizione.

L'azione di controllo così individuata consiste in una sequenza di segnali da fornire all'impianto che può essere finita o infinita.

La tecnica di controllo predittivo ad orizzonte recedente prevede di fornire all'impianto solo il primo elemento della sequenza e, al passo successivo, ripetere l'intera procedura, misurando nuovamente lo stato dell'impianto e ricavando così una nuova sequenza di segnali di controllo, dei quali sarà ancora applicato solo il primo elemento.

La particolare tecnica di controllo predittivo che sarà utilizzata nel presente lavoro è quella del *Command Governor* (gestore del riferimento) di seguito indicato come CG.

Il CG è un dispositivo non lineare statico che viene aggiunto ad un impianto già controllato da un primo anello di compensazione (anello interno). Il primo compensatore è progettato in modo da soddisfare le specifiche di controllo in assenza di vincoli.



Figura 3.1: Struttura del Command Governor.

Quando necessario, il CG modifica il riferimento in ingresso all'anello interno, in modo da garantire il soddisfacimento dei vincoli. In pratica il CG costituisce un secondo anello di retroazione che effettua un operazione di filtraggio del riferimento sulla base dello stato corrente, del riferimento stesso e dei vincoli.

A differenza di uno schema di controllo predittivo classico, l'azione del CG

non è rivolta a modificare la dinamica del primo compensatore, infatti, con il CG si separa il problema delle prestazioni da quello del soddisfacimento dei vincoli. In altre parole le prestazioni dell'anello di controllo non sono influenzate dal CG quando il riferimento è tale da non provocare la violazione dei vincoli (proprietà di auto spegnimento).

Un impianto controllato con il CG assume una struttura particolarmente semplice rispetto al caso di uno schema di controllo predittivo vincolato classico al prezzo di una riduzione delle prestazioni che però è ampiamente giustificata in tutte quelle applicazioni industriali dove non sia possibile eseguire un elevato numero di *flops* per tempo di campionamento.

Il controllo motore in ambito automobilistico è un applicazione che rientra a pieno in questa categoria avendo tempi di campionamento dell'ordine dei millisecondi e dovendo disporre di risorse di calcolo limitate a causa della necessità di contenere i costi dell'hardware della centralina e di condividere le risorse di quest'ultima tra le diverse applicazioni legate al funzionamento dell'automobile.

## 3.1 Il CG

In questo paragrafo viene brevemente introdotta la teoria del CG nel caso di sistemi affetti da disturbi limitati, i risultati sono ripresi da [ACM98] e [F96] a cui rimandiamo per un magior approfondimento.

Consideriamo il seguente sistema lineare tempo invariante

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Gg(t) + G_d d(t) \\ y(t) = H_y x(t) \\ c(t) = H_c x(t) + Lg(t) + L_d d(t) \end{cases}$$
(3.1)

Dove

- $x(t) \in \mathbb{R}^n$  è il vettore di stato;
- $g(t) \in \mathbb{R}^p$  è l'ingresso manipolabile del sistema, che coincide con il riferimento r(t) in assenza di vincoli;
- $d(t) \in \mathbb{R}^{n_d}$  è un ingresso esogeno non manipolabile;
- $c(t) \in \mathbb{R}^{n_c}$  è la variabile vincolata;
- $y(t) \in \mathbb{R}^p$  è l'uscita.

Si assume che

$$d(t) \in D \text{ con } D \subset \mathbb{R}^{n_c} \text{ compatto, convesso e tale che } 0_{n_d} \in D$$
 (3.2)

Per quanto riguarda le matrici del sistema, si suppone che:

$$\begin{cases} a) & A \ \text{è una matrice di stabilità} \\ b) & C(I_n - A)^{-1}G = I_p \end{cases}$$
(3.3)

ossia che il sistema (3.1) sia asintoticamente stabile e off-set free. Il CG è un dispositivo che seleziona il comando g(t) al tempo t come una funzione dello stato x(t) e del riferimento r(t)

$$g(t) := g(x(t), r(t))$$
 (3.4)

in modo tale che la variabile vincolata c(t) soddisfi la seguente

$$c(t) \in C, \forall t \in \mathbb{Z}_+ \text{ con } C \subset \mathbb{R}^{n_c} \text{ compatto e convesso}$$
(3.5)

Diremo che uno stato x è *ammissibile* se esiste almeno un  $w \in \mathbb{R}^p$  per il quale la seguenza di ingresso  $g(\cdot) = w$ , se applicata al sistema (3.1) a partire dalla condizione iniziale (0, x), produce un'evoluzione del sistema tale da rendere soddisfatta la condizione (3.5). Le risposte stazionarie nello stato, nell'uscita e nella variabile vincolata ad un comando costante  $g(t) \equiv w$  sono date da :

$$x_w = (I_n - A)^{-1} Gw$$
  

$$y_w = H_y (I_n - A)^{-1} Gw$$
  

$$c_w = H_c (I_n - A)^{-1} Gw + Lw$$
(3.6)

Introduciamo ora la seguente operazione su insiemi

**Definizione 3.1.** Siano  $A, B \subset \mathbb{R}^n$ . Si chiama differenza-P fra  $A \in B$ l'insieme  $A \sim B = \{a \in A : a + b \in A, \forall b \in B\}.$ 

### 3.1.1 Approccio "caso peggiore"

Per la linearità del sistema si possono separare gli effetti del disturbo da quelli della condizione iniziale, in particolare concentrando l'attenzione sulla variabile vincolata questa può essere scritta come somma di due contributi

$$c(k, x(t), w) = c_f(k, x(t), w) + c_d(k)$$
(3.7)

dove  $c_f(k, x(t), w)$  è l'evoluzione della variabile vincolata al tempo t + k, dalla condizione iniziale x(t), con ingressi  $d(\cdot) \equiv 0$  e  $v(\cdot) \equiv w$ , mentre  $C_d(k)$ rappresenta l'evoluzione dovuta al solo ingresso  $d(\cdot)$ .

Adesso costruiamo una successione di insiemi  $C_k$  ottenuti togliendo dall'insieme C l'insieme raggiungibile dal disturbo ad ogni passo

$$C_0 := C \sim L_d D$$

$$C_k := C_{k-1} \sim H_c A^{k-1} G_d D$$

$$C_\infty := \bigcap_{k=0}^{\infty} C_k$$
(3.8)

si deduce facilmente che

$$c_f(k, x(t), w) \in C_k \Longrightarrow c(k, x(t), w) \in C, \forall k \in \mathbb{Z}^+$$
(3.9)

Quindi, affinché uno stato x(t) sia ammissibile, è necessario che esista un  $w \in \mathbb{R}^p$  tale che sia soddisfatta la condizione

$$c_f(k, x(t), w) \in C_k, \forall k \in \mathbb{Z}^+$$

ora, dato un  $\delta > 0$  definiamo i seguenti insiemi

$$C^{\delta}_{\infty} := C_{\infty} \sim B_{\delta}$$

$$W^{\delta} := \{ w \in \mathbb{R}^m : c_w \in C^{\delta}_{\infty} \}$$
(3.10)

dove  $B_{\delta}$  è la palla di raggio  $\delta$  centrata nell'origine.

 $W^{\delta}$ , che supporremo non vuoto, è l'insieme di tutti i comandi a cui corrisponde uno stato stazionario che soddisfa i vincoli con un margine  $\delta$ . Ad ogni passo, quindi, si dovrà scegliere una successione di comando virtuale  $v(t) \equiv w$ , con  $w \in W^{\delta}$ , la cui corrispondente evoluzione soddisfi i vincoli su tutto l'orizzonte semi-infinito e la cui distanza dal riferimento r(t) sia ottima secondo qualche criterio. Per far questo definiamo l'insieme  $\nu(\mathbf{x})$  come

$$\nu(\mathbf{x}) := \{ w \in W^{\delta} : c_f(k, x, v(\cdot) \equiv w) \in C_k, \forall k \in \mathbb{Z}^+ \}$$
(3.11)

Adesso la regola di selezione del comando da dare all'impianto può essere fissata così

$$g(t) := \arg\min_{w \in \mathcal{V}(x(t))} \|w - r(t)\|_{\Psi}^2$$
(3.12)

dove  $\Psi = \Psi' > 0_p$  e  $\parallel x \parallel_{\Psi}^2 := x' \Psi x$ .

#### 3.1.2 Risultati

Come dimostrato in [CM97], per lo schema proposto vale il seguente

**Teorema 3.1.** Siano soddisfatte le assunzioni (3.3). Consideriamo il sistema (3.1) insieme alla regola di selezione del comando (3.12) e sia  $\nu_{(x(0))}$  non vuoto, allora:

- 1. Ad ogni istante t la soluzione a (3.12) esiste è unica ed è ottenibile risolvendo un problema di ottimizzazione vincolata su un insieme convesso.
- ∀x ∈ ℝ<sup>n</sup> l'insieme ν(x) è determinabile in modo finito, cioè esiste un intero i<sub>0</sub>, determinabile fuori linea, tale che se c<sub>f</sub>(k) ∈ C<sub>k</sub> con k ∈ {0, 1, 2, ...i<sub>0</sub>} allora c<sub>f</sub>(k) ∈ C<sub>k</sub>∀k ∈ ℤ<sup>+</sup>.
- 3. I vincoli sono soddisfatti per ogni  $t \in \mathbb{Z}^+$ .
- 4. Il sistema complessivo è asintoticamente stabile, ed in particolare se  $r(t) = r \ e \ d(t) = 0$ , allora g(t) converge in un tempo finito alla miglior approssimazione ammissibile del riferimento r

$$g(t) \longrightarrow \arg\min_{w \in W^{\delta}} \|w - r\|_{\Psi}^2$$
 (3.13)

## 3.2 Applicazione del CG

In questo paragrafo verrà applicato lo schema di controllo del CG all'impianto precedentemente controllato con il controllo LQ il modello a cui si fa riferimento è quello (1.20).

Cominciamo col definire la variabile vincolata. Tale vettore dovrà contenere tutte le grandezze soggette a condizioni vincolari, dalla trattazione sui vincoli fatta nel paragrafo (§ 2.1) si ottiene un vettore c(t) così costituito

$$c(t) = \begin{bmatrix} Rpm(t) \\ Qb(t) \\ \alpha_e(t) \\ \delta\alpha_e(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^5$$
(3.14)

Vediamo ora come conviene fissare lo stato del modello per il CG in modo da poter esprimere semplicemente la variabile vincolata c(t) e riportare le equazioni del modello e quelle dei vincoli nella forma (3.1).

Riprendiamo le equazioni del modello del motore (1.20):

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + B_d(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$
(3.15)  
Dove  $x(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ p(t) \\ \alpha_e(t) \\ q_b(t-4) \\ q_b(t-3) \\ q_b(t-2) \\ q_b(t-1) \\ \alpha(t-2) \\ \alpha(t-1) \end{bmatrix}$ 

Osservando che  $u(t) = u(t-1) + \delta u(t)$  l'equazione d'aggiornamento dello stato può essere riscritta

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t-1) + B\delta u(t) + B_d d(t)$$

e visto che u(t-1) è contenuto nello stato l'equazione può essere messa nella seguente forma

$$x(t+1) = Ax(t) + B^{\star}x(t) + B\delta u(t) + B_d d(t)$$

 $\operatorname{con}$ 

$$B^{\star} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Be_1 & 0 & Be_2 \end{bmatrix}$$
ed infine

$$x(t+1) = A^*x(t) + B\delta u(t) + B_d d(t)$$

 $\operatorname{dove}$ 

$$A^{\star} = A + B^{\star}.$$

Adesso riprendiamo il controllo LQ progettato nel Cap.2, questo fornisce una relazione fra lo stato del modello incrementale  $\chi(t)$  e gli ingressi  $\delta u(t)$ :

$$\delta u(t) = -K_{lq} \cdot \chi(t)$$

 $\operatorname{con}$ 

$$\chi(t) = \begin{bmatrix} \delta x(t) & \varepsilon(t-1) \end{bmatrix}' \qquad K_{lq} = \begin{bmatrix} K_{lq}^1 & K_{lq}^2 \end{bmatrix}$$

per cui  $\delta u(t)$  può essere anche scritto come

$$\delta u(t) = -K_{lq}^{1} x(t) + K_{lq}^{1} x(t-1) - K_{lq}^{2} \varepsilon(t-1)$$

Ora attraverso semplici manipolazioni l'equazione d'aggiornamento dello stato può essere messa nella forma

$$x(t+1) = A_{11}^{\star}x(t) + A_{12}^{\star}x(t-1) + A_{13}^{\star}\varepsilon(t-1) + B_d d(t)$$

 $\operatorname{con}$ 

$$A_{11}^{\star} = A^{\star} - BK_{lq}^{1} \qquad A_{12}^{\star} = BK_{lq}^{1} \qquad A_{13}^{\star} = -BK_{lq}^{2}$$

Come stato del modello per il CG viene scelto

$$x_g(t) = \begin{bmatrix} x(t) & x(t-1) & \varepsilon(t) \end{bmatrix}'$$
(3.16)

le cui equazioni di aggiornamento sono

$$\begin{cases} x_g(t+1) = A_g x_g(t) + Gg(t) + G_d d(t) \\ y(t) = H_y x_g(t) \\ c(t) = H_c x_g(t) \end{cases}$$
(3.17)

 $\operatorname{Con}$ 

$$g(t) = \begin{bmatrix} g_r(t) \\ g_\lambda(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

che sono rispettivamente i riferimenti in  $r \in \lambda$  filtrati dal CG, ed applicati all'anello interno. E le matrici del sistema sono:

$$A_{g} = \begin{bmatrix} A_{11}^{\star} & A_{12}^{\star} & A_{13}^{\star} \\ I_{9} & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{20*20} \qquad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_{2} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{20*2} \qquad G_{d} = \begin{bmatrix} B_{d} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{20*1}$$

$$H_{y} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2*20} \qquad H_{c} = \begin{bmatrix} e_{1}' \\ e_{7}' + e_{1}' \begin{bmatrix} -K_{lq}^{1} & K_{lq}^{1} & -K_{lq}^{2} \end{bmatrix} \\ e_{3}' \\ e_{3}' - e_{10}' \\ e_{2}'C \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{5*20}$$

Per come è stato realizzato il sistema si ha che

$$\begin{cases} a) & A_g \text{ è una matrice di stabilità} \\ b) & H_y (I_{20} - A_g)^{-1} G = I_2 \end{cases}$$

come richiesto dalla (3.3). Definiamo adesso gli insiemi di appartenenza C e D rispettivamente per la variabile vincolata  $c(\cdot)$  e per il disturbo in ingresso  $d(\cdot)$ . Tali insiemi appartengono alla classe di poliedri esprimibili come

$$C = \{ c \in \mathbb{R}^{n_c} : A_c \cdot c \le B_c \}$$

$$(3.18)$$

Dove, riprendendo i valori dei vincoli fissati in  $(\S2.1)$ 

$$B_{c} = \begin{bmatrix} r_{M} \\ -r_{m} \\ -q_{bm} \\ -\alpha_{em} \\ \delta\alpha_{eM} \\ -\delta\alpha_{em} \\ \lambda_{M} \\ -\lambda_{m} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8} \qquad A_{c} = \begin{bmatrix} e_{1}' \\ -e_{1}' \\ -e_{2}' \\ -e_{2}' \\ -e_{3}' \\ e_{4}' \\ -e_{4}' \\ e_{5}' \\ -e_{5}' \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{8*5}$$

E, per il disturbo

$$D = \{ d \in \mathbb{R}^{n_d} : A_d \cdot d \le B_d \}$$

$$(3.19)$$

Con

$$B_d = \begin{bmatrix} d_{max} \\ -d_{min} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2 \qquad A_d = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

In questo modo, per le considerazioni fatte in (§3.1.1), gli insiemi Ck possono essere espressi come

$$C_k = \{ c \in \mathbb{R}^{n_c} : A_c \cdot c \le B_{c_k} \}$$

$$(3.20)$$

Dove

$$B_{c_k} = \begin{bmatrix} r_{M_k} \\ -r_{m_k} \\ -q_{bm_k} \\ -\alpha_{em_k} \\ \delta\alpha_{eM_k} \\ -\delta\alpha_{em_k} \\ \lambda_{M_k} \\ -\lambda_{m_k} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^8$$

In questo modo ci siamo riportati nella forma prevista dalla teoria del CG e siamo riusciti ad esprimere tutti i vincoli previsti.

Riprendendo lo schema di controllo switching visto in (§2.5) adesso dovranno essere considerate le tre diverse condizioni di funzionamento del controllo, e cioè anello interno costituito dal controllo LQ1 e disturbo predicibile acceso, anello interno costituito dal controllo LQ1 e disturbo predicibile spento, oppure, transitorio sul disturbo predicibile e anello interno costituito dal controllo LQ2.

Sono stati progettati 3 diversi CG da usare nelle tre diverse situazioni di funzionamento (§2.5):

- $\mathbf{CG1}$ : Anello interno richiuso con LQ1 e disturbo predicibile  $\mathcal{T}_{pr}$  spento;
- CG2 : Anello interno richiuso con LQ2 e transitori in ingresso e uscita del disturbo predicibile;
- CG3 : Anello interno richiuso con LQ1 e disturbo predicibile acceso.

L'informazione sulla "condizione di funzionamento" che ci permette di sapere quale CG far funzionare è l'onda quadra che modella l'informazione sul disturbo. Quando questa è alta (1) sarà attivo il CG3, quando è bassa (0) sarà attivo il CG1, infine durante i transitori (sui fronti dell'onda) sarà ativo il CG2.

La matrice di peso  $\Psi$  del funzionale di costo (3.12) di tutti e tre i CG è stata fissata a

$$\Psi = \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1000 \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

questo perché se  $\lambda$  si allontana da 2 il rendimento del motore scende e questo fenomeno non è per così dire "percepito" dal controllo non essendo stato descritto nel modello. Quindi in definitiva conviene forzare il CG a spostare di più il riferimento in r piuttosto che quello in  $\lambda$ .

Infine, essendo il riferimento da inseguire costante, si è potuto rimuovere la condizione di scegliere i w solo tra quelli appartenenti a  $W_{\delta}$ .

### 3.2.1 Insiemi Ck e taratura LQ

Gli insiemi  $C_k$  portano molta informazione. Attraverso il loro andamento, infatti, è possibile stabilire quali riferimenti in stato stazionario siano ammissibili, ed ancora, si riesce a capire quali sono i vincoli per così dire "critici", cioè quelli che rischiano di attivarsi e risultano quindi limitanti nei confronti del controllo.

La determinazione di questi insiemi è stata implementata con delle procedure algoritmiche (accennate in appendice) che realizzano le operazioni fra poliedri descritte in (§3.1.1), il carico computazionale di queste procedure è ininfluente in quanto la determinazione di tali insiemi avviene fuori linea.

Nel nostro particolare caso gli insiemi  $C_k$  sono anche stati usati per la taratura del controllo LQ. Nel Cap.2 infatti avevamo osservato che per minimizzare i consumi dovevamo progettare un LQ il più possibile lento sul primo ingresso di controllo e il più possibile veloce sul secondo, tutto questo però compatibilmente al soddisfacimento dei vincoli sullo stato e sull'ingresso.

Adesso considerando che il riferimento da inseguire è costante, una volta fissato il controllo, gli insiemi  $C_k$  ci "dicono" direttamente se con il controllo scelto e i disturbi considerati è possibile o no inseguirlo.

Per determinare la taratura "ottima" allora basta scegliere il controllo più performante possibile in termini di minimizzazione dei consumi, che però ammetta il riferimento costante da inseguire tra quelli ammissibili. Questo può essere fatto semplicemente verificando l'andamento degli insiemi  $C_k$ , senza dover effettuare nessuna simulazione, ed è quello che abbiamo fatto per ottenere i pesi degli LQ (2.9) e (2.10).



Figura 3.2: Fascia riferimenti ammissibili al variare di k per il CG1.

La figura 3.2 mostra l'andamento della "fascia" di riferimenti ammissibili descritti dagli insiemi Ck lungo l'orizzonte di predizione per il controllo costituito dal CG1. Si nota che la taratura dell' LQ1 è stata fatta in modo che 740 giri/minuto sia vicino al limite minimo dei riferimenti ammissibili.

Nelle figure 3.3, 3.4 e 3.5 si vede l'andamento degli insiemi  $C_k$  descritto dalle varie componenti del vettore  $B_{c_k}$ :  $C_k$ ,  $r_{m_k}$ ,  $r_{M_k}$ ,  $\alpha_{em_k}$ , ecc...



Figura 3.3: Andamento di  $r_{m_k},\,r_{M_k},\,\alpha_{em_k}$ al variare di k<br/> per il CG1 e CG3.

In particolare dalle figure 3.4 e 3.5 si vede che i vincoli su  $\lambda$ ,  $q_b \in \delta \alpha_e$  non risultano limitanti per il controllo.



Figura 3.4: Andamento di  $q_{bm_k}$ ,  $\delta \alpha_{em_k}$ ,  $\delta \alpha_{eM_k}$ ,  $\lambda_{m_k}$ ,  $\lambda_{M_k}$  al variare di k per il CG1 e CG3.



Figura 3.5: Andamento di  $q_{bm_k}, \, \delta \alpha_{em_k}, \, \delta \alpha_{eM_k}, \lambda_{m_k}, \lambda_{M_k}$ al variare di k per il CG2.



Figura 3.6: Andamento di  $r_{m_k}$ e $\alpha_{em_k}$  per il CG2.



Figura 3.7: Andamento di  $r_{M_k}$ e $\alpha_{em_k}$  per il CG2.

Gli insiemi  $C_k$  sono stati usati anche per individuare le regioni dove commutare i CG. Nelle figure 3.8 e 3.9 si vede l'intersezione dei riferimenti ammissibili tra CG1 e CG2 e tra CG2 e CG3.



Figura 3.8: Intersezione riferimenti ammissibili per il CG1 per il CG2 in ingresso coppia disturbo predicibile, con le freccie è stata evidenziata l'intersezione con orizzonte di predizione di 8 passi.

Le commutazioni dei CG avvengono vicino a degli equilibri ammissibili stabiliti attraverso gli insiemi  $C_k$  visti in precedenza. Quando arriva l'informazione sull'accensione o spegnimento dell'apparato che genera il disturbo predicibile il riferimento viene modificato in uno che sia ammissibile sia per il CG che viene spento che per quello che viene acceso, Fig.3.10 e Fig.3.11.



Figura 3.9: Intersezione riferimenti ammissibili per il CG3 per il CG2 in uscita coppia disturbo predicibile, con le freccie è stata evidenziata l'intersezione con orizzonte di predizione di 8 passi.

La modifica del riferimento avviene in anticipo rispetto alla commutazione di un tempo  $\Delta T$  sufficiente a far si che questa avvenga quando si è "vicini" all'equilibrio e quindi il CG che viene acceso si trovi in una regione di ammissibilità. La scelta di  $\Delta T$  è stata fatta osservando ll comportamento del sistema e tenendo in conto la sua risposta al gradino Fig.3.12.



Figura 3.10: Andamneto r durante la commutazione da cui si nota la modifica del riferimento prima dello switch.



Figura 3.11: Andamento  $\lambda$  durante la commutazione ch<br/> avviene quando il gradino è stato "assorbito".



#### Risposta ad un gradino sul riferimento in Rpm

Figura 3.12: Risposte in r ed in  $\lambda$  ad un gradino di  $rif_r.$ 

## 3.3 Simulazioni

Si riportano due simulazioni, nella prima i riferimenti sono 740 giri/minuto per  $r e 2 per \lambda$ , mentre nella seconda il riferimento sul numero di giri è posto a 710 giri/minuto, cioè in corrispondenza del vincolo inferiore sul numero di giri, ed è il CG che fornisce ad ogni istante il più basso riferimento ammissibile da poter inseguire senza che i vincoli vengano violati.

Entrambe le simulazioni sono state eseguite partendo da condizioni iniziali di equilibrio sul punto : r = 740 giri/minuto e  $\lambda = 2$ . Nella prima simulazione il consumo di benzina misurato è stato di 2866 mg di benzina. Quello nei transitori 11.4 pari a circa lo 0.39% del consumo totale.

Nei grafici delle simulazioni con g verrà indicato il riferimento sul numero di giri filtrato dal CG.



Figura 3.13: Disturbo.







Figura 3.15: Pressione collettore di aspirazione.



Figura 3.17: Benzina iniettata.



Figura 3.18: Rapporto aria/benzina $\lambda.$ 



Figura 3.19: Dettaglio sul numero di giri r, riferimento  $rif_r$  e comando del CG g in ingresso coppia disturbo predicibile.



Figura 3.20: Dettaglio sul numero di giri r, riferimento  $rif_r$  e comando del CG g in uscita coppia disturbo predicibile.



Figura 3.21: Confronto tra controllo con CG  $r_1,$ e controllo senza CG  $r_2.$ 

Nella seconda simulazione il riferimento in r, come detto è stato fissato a 710 giri/minuto. Il consumo di benzina misurato è stato di 2828 mg di benzina.

Quello nei transitori non ha senso in questo caso visto che i regimi sui giri dell'albero motore vengo scelti direttamente dal CG durante la simulazione.



Figura 3.22: Giri albero motore.



Figura 3.23: Pressione collettore di aspirazione.



Figura 3.24: Angolo farfalla.



Figura 3.26: Rapporto aria/benzina  $\lambda.$ 



Figura 3.27: Dettaglio disturbo.



Figura 3.28: Dettaglio giri motore r,riferimento giri  $ref_r$ e comando del CG g.



Figura 3.29: Dettaglio disturbo, riferimento, giri albero motore e comando del CG.

### 3.4 Considerazioni sulle simulazioni

Dalle precedenti simulazioni si osserva che grazie all'azione sui riferimenti effettuata dal CG i vincoli vengono sempre rispettati. Inoltre come ci aspettavamo, l'analisi a priori effettuata con gli insiemi  $C_k$  ha facilitato la taratura degli LQ. Le simulazioni si sono così ridotte a quelle per la verifica dei risultati.

Come si osserva dalla simulazione effettuata con  $rif_r = 710$  giri/minuto, Fig. da 3.22 a 3.29, il CG ha permesso di sfruttare a pieno le informazioni sul disturbo modulando il riferimeto in funzione della coppia di disturbo applicata ad ogni istante.

# Capitolo 4

# Rientro al minimo

Un altro problema che è stato affrontato è quello del rientro al regime di minimo da una condizione qualsiasi di funzionamento. Bisogna cioè provvedere a riportare il motore vicino al regime minimo di giri e quindi accendere il *Controllo del Minimo* progettato nel Cap.3. Una condizione che si può verificare durante il normale funzionamento in trazione del motore quando viene premuta la frizione. In questo caso il motore viene staccato dalla trasmissione e il numero di giri è lontano da quello di minimo. Si pone quindi il problema di far scendere il motore al regime minimo di giri senza causarne lo spegnimento e senza che vengano violati i vincoli prescritti.

In questo capitolo si sono realizzate due diverse soluzioni a questo problema.

- Controllo basato su di un unico modello, lo stesso utilizzato per la sintesi del *controllo del minimo* visto nel Cap.3;
- 2. Controllo basato su più modelli per diverse fasce di Rpm.

### 4.1 Controllo basato su unico modello

Nella prima soluzione il motore viene lasciato in catena aperta, cioè con valori fissati e costanti di benzina iniettata  $(q_b)$  e apertura angolo farfalla  $(\alpha)$ . In particolare si utilizza la condizione di *Cut-off* (alimentazione spenta), cioè con  $q_b = 0$ , facendolo "cadere" fino ad un numero di giri prestabilito che è stato fissato a :

Successivamente viene acceso un controllore dotato di Command Governor con i soliti riferimenti costanti da inseguire

$$\lambda \longrightarrow 2$$
  
r $\longrightarrow 740$  giri/minuto

Il controllore è sintetizzato sulla base dello stesso modello usato per il controllo del minimo e quando viene acceso, il CG genera un profilo di discesa per il numero di giri che è il più veloce che il sistema può inseguire senza che i vincoli vengano violati. Il controllo è costituito da un singolo LQ ( $LQ_r$ ) i cui pesi sono stati fissati sempre utilizzando le informazioni del CG (§3.2.1). Come si vede dalla tabella 4.1 il peso  $\rho$ 2 è molto piu grande di quello del con-

	$\rho 1$	$\rho 2$
$LQ_r$	200	5

Tabella 4.1: LQ per il rientro al minimo

trollo per la regolazione del minimo visto nel Cap.2, questo perché durante la fase di rientro al minimo l'obbiettivo principale è quello di rientrare il più velocemente possibile senza violare i vincoli piú che quello di minimizzare i consumi. Poco prima dell'accensione, 1380 giri/minuto, i valori costanti degli ingressi vengono cambiati per fare in modo che all'accensione del controllo questo si trovi in una regione ammissibile. Tali valori sono stati fissati a:

$$q_b = 4 \mod \alpha = 9,5^{\circ}$$

che sono "vicini" agli ingressi che corrispondono all'equilibrio

$$r = 1300$$
 giri/minuto  
 $\lambda = 2$ 

Come detto una volta acceso il controllo porta il motore al regime minimo di giri e quindi viene acceso il *Controllo del Minimo* visto nel Cap.3. La commutazione avviene quando siamo sufficientemente vicini ad un equilibrio che sia ammissibile sia per il CG che viene spento che per quello che viene acceso.

In particolare la commutazione al controllo del minimo avviene quando

$$\begin{cases} ref_r = 740 giri/minuto\\ r \le 775 \quad \text{giri/minuto}\\ 1, 9 \le \lambda \le 2, 2 \end{cases}$$

#### 4.1.1 Simulazioni

La prova di rientro e stata effettuata partendo dalle seguenti condizioni iniziali:

- Regime di giri di 4000 giri/minuto;
- $\lambda = 2;$
- Motore in modo di funzionamento stratificato.

Queste sono state ottenute con un controllore PI che lavora per i primi 12 secondi di simulazione e quindi viene spento. Durante il rientro è stato considerato il solito disturbo di coppia mostrato in Fig.4.1, caratterizzato, come si vede dalla figura da un carico in ingresso di 18 Nm a 13 secondi.



Figura 4.1: Andamento della coppia di disturbo durante il rientro.

Durante la prima fase della simulazione il motore "precipita" e i due ingressi: benzina iniettata  $(q_b)$  e angolo farfalla  $(\alpha)$ , sono fissi a:

$$q_b = 0$$
$$\alpha = 9.5$$

Immediatamente prima dell'accensione del controllo, che avviene a 1350 giri, il comando sulla benzina iniettata viene modificato :  $q_b = 4$ . Questo anche per evitare problemi dovuti al fatto che  $q_b = 0$  fa si che  $\lambda = \infty$ .



Figura 4.2: Andamento numero di giri/minuto albero motore durante il rientro.



Figura 4.3: Pressione del collettore di aspirazione.



Figura 4.5: Quantità di benzina iniettata.

time [ s] 

Figura 4.6: Rapporto aria benzina durante il rientro.



Figura 4.7: Comando fornito dal CG durante il rientro.



Figura 4.8: Dettaglio del comando fornito dal CG durante il rientro.



Figura 4.9: Dettaglio dell'andamento del numero di giri/minuto dell'albero motore durante la fase di rientro.


Figura 4.10: Confronto fra numero di giri albero motore, r, riferimento da inseguire,  $rif_r$  e riferimento filtrato dal CG, g.

Nelle prove e ben visibile l'operazione di filtraggio del riferimento da parte del CG, Fig.4.8 e Fig.4.10, che modifica il riferimento costante in una rampa che "guida" il motore fino al suo regime minimo senza che i vincoli vengano violati. Nelle Fig. 4.11 e 4.12 si può notare l'intervallo in cui il motore è in cut-off e l'istante in cui viene acceso il controllo.



Figura 4.11: Dettaglio della benzina iniettata durante il rientro al regime di minimo.



Figura 4.12: Dettaglio di  $\lambda$  durante il rientro.

#### 4.2 Controllo basato su più modelli

In questa seconda soluzione il motore viene sempre controllato in catena chiusa, sono stati predisposti più modelli per diverse fasce

di r Tab.4.2) ottenuti linearizzando il modello non lineare punti diversi.

	Modello1	Modello2	modello3	
Fascia $r$	$600 \le r \le 1200$	$600 \le r \le 1200$	$1200 < r \le 3000$	
Punto lineariz.	$r_0 = 750  \lambda_0 = 2$	$r_0 = 1000  \lambda_0 = 2$	$r_0 = 1500  \lambda_0 = 2$	
CG attivi	CG1,CG2,CG3	CG4	CG5	
Indice comm.	1	2	3	

Tabella 4.2: Modelli per il rientro

I command governor CG1, CG2, CG3 sono quelli del controllo del minimo visto nel Cap.3. Gli altri due (CG4, CG5) sono sintetizzati sui modelli, retroazioni LQ e vincoli indicati in Tab.4.3.

	$\rho 1$	$\rho 2$	Vincoli su $r$
Modello3	1000	5	$900 \le r \le 4000$
Modello2	200	5	$710 \le r \le 1300$

Tabella 4.3: Modelli, controllori LQ e vincoli per il rientro.

Utilizzando più modelli si può controllare il motore per qualsiasi regime di giri, ad ogni istante sarà in funzione il controllo sintetizzato sulla base del modello che corrisponde alla fascia di r in cui ci si trova.

La scelta del controllo da utilizzare avviene attraverso la misura di r. Le fascie di giri che corrispondono ai diversi controllori utilizzati sono indicate in Tab.4.2.

In particolare la legge di generazione dell'indice di commutazione è la seguente :

$$\begin{cases} if \quad r \ge 1200 \Longrightarrow indice = 3\\ if \quad r < 1200, ref_r \ne 740 \Longrightarrow indice = 2\\ if \quad r < 700, ref_r = 740 \Longrightarrow indice = 1 \end{cases}$$

#### 4.2.1 Simulazioni



Figura 4.13: Giri albero motore r e riferimento sul numero di giri  $ref_r$ , le diverse fascie indicano le zone di funzionamento dei diversi controllori. La fascia in orizzontale quella del controllo del minimo.



Figura 4.14: Riferimento  $rif_r$  e riferimento filtrato dal CG g.



Figura 4.15: Pressione collettore di aspirazione.



Figura 4.16: Angolo effettivo valvola a farfalla.



Figura 4.17: Quantità di benzina iniettata.



Figura 4.18: Rapporto aria benzina.

#### 4.3 Considerazioni sulle simulazioni

Nelle simulazioni effettuate per il rientro al regime minimo di giri è ben visibile il filtraggio del riferimento effettuato dal CG che fornisce il profilo di discesa del numero di giri da far inseguire all'anello interno. Nelle due soluzioni, come si vede anche dai grafici, si raggiungono prestazioni simili dal punto di vista del tempo di rientro. Nella prima si ha il vantaggio di chiudere per un intervallo di tempo l'alimentazione della benzina (cut-off), non utilizzando carburante durante una fase in cui effettivamente non c'è necessità di produrre coppia. Nella seconda il vantaggio consiste nel fatto che il motore è sempre controllato in catena chiusa. La benzina iniettata durante la fase di rientro, Fig.4.17, assume comunque valori "sufficientemente piccoli", ed inoltre a causa dell'inseguimento di  $\lambda$  l'angolo farfalla durante la fase di rientro tende a chiudersi, Fig.4.16, facendo aumentare la coppia di pompaggio (§1.1.4) ed esercitando quindi un azione frenante sul motore che facilita il rientro al regime minimo di giri.

### Capitolo 5

# Riduzione carico computazionale

La soluzione del CG necessita di eseguire in linea la minimizzazione di un funzionale di costo.

$$g(t) := \arg\min_{w \in \mathcal{V}(x_g(t))} \|w - r(t)\|_{\Psi}^2$$

la complessità computazionale di questa operazione dipende dal numero di riferimenti da filtrare, dall'orizzonte di predizione considerato nell'insieme  $\nu(x_g(t))$ , dal numero di vincoli ed infine dalla dimensione dello stato. Senza adottare nessun accorgimento particolare, la complessità risulta piuttosto grande.

Nel CG realizzato in questo lavoro, tuttavia, alcune considerazioni sul funzionamento dell'impianto ci permettono di effettuare delle modifiche ottenendo una decisa riduzione del carico computazionale.

### 5.1 Riduzione riferimenti da filtrare tramite CG

Una prima grossa riduzione del carico si ottiene filtrando uno solo dei riferimenti costanti da inseguire (r) anziché tutti e due  $(r, \lambda)$ . Questo non modifica sostanzialmente il comportamento del controllo, in quanto, come si è visto anche nelle simulazioni effettuate con lo schema "completo", il riferimento in  $\lambda$ , praticamente, non è quasi mai diverso da 2, questo anche perché, come visto in (§3.2) il peso nel funzionale del costo del CG è di gran lunga sbilanciato verso r (rapporto 1000/1).

È stato verificato che, sebbene questa modifica comporti un diverso filtraggio del riferimento, questo non implica nessun cambiamento dei consumi dell'impianto controllato, vale a dire che, con lo stesso segnale di disturbo, si ottengono gli stessi consumi di benzina. Così, in pratica, questa prima riduzione della complessità avviene senza che si siano degradate in alcun modo le prestazioni del controllo.

# 5.2 Soluzione esplicita della minimizzazione vincolata

Dopo aver ridotto la dimensione del riferimento da filtrare il problema è diventato una minimizzazione vincolata in  $\mathbb{R}$  dove il funzionale di costo è rappresentato da una parabola e l'insieme di ammissibilità per w è un intervallo chiuso e limitato.

$$I = [w_{min}, w_{max}]$$

La soluzione della minimizzazione quindi è direttamante il riferimento r(t)quando questo cade dentro tale intervallo, altrimenti sarà l'estremo dell'intervallo più vicino ad r(t).

Per la determinazione degli estremi di tale intervallo occorre considerare l'espressione della variabile vincolata  $c_f(k)$  e quella dei  $C_k$ . La struttura dei  $C_k$  fa si che la condizione di appartenenza di  $c_f(k)$  a questi insiemi possa essere espressa attraverso una serie di disequazioni del tipo :

$$\begin{cases} w \leq \beta_i - \alpha_i x_g(t) & i = 1, 2, ..., N1 \\ w \geq \theta_j - \gamma_j x_g(t) & j = 1, 2, ..., N2 \end{cases}$$

dove gli scalari  $\beta_i \in \theta_j$  ed i vettori  $\alpha_i \in \gamma_j$  possono essere calcolati fuori linea attraverso delle procedure descritte brevemente in appendice.

Le disequazioni che compaiono come condizioni vincolari per la determinazione dell'intervallo di ammisibilità per w sono, nel caso peggiore in cui tutti i vincoli siano bilaterali (N1 = N2 = nv):

$$N_{dis} = 2 \cdot i_0 \cdot nv$$

dove  $i_0$  è il numero di passi di predizione e nv è il numero di vincoli. Per calcolare il termine noto di ogni disequazione occorre eseguire un numero di moltiplicazioni pari a n, dimensione dello stato  $x_g(t)$  del modello. Quindi per trovare i termini noti di tutte le disequazioni occorre eseguire un numero di moltiplicazioni pari a:

$$N_{molt} = 2 \cdot i_0 \cdot nv \cdot n$$

Una volta calcolati i termini noti, gli estremi dell'intervallo di ammissibilità per w con stato x(t) sono così ottenuti :

$$w_{max} = min(\beta_1 - \alpha_1 x_g(t), \beta_2 - \alpha_2 x_g(t), \dots, \beta_{i_0 \cdot nv} - \alpha_{i_0 \cdot nv} x_g(t))$$
$$w_{min} = max(\theta_1 - \gamma_1 x_g(t), \theta_2 - \gamma_2 x_g(t), \dots, \theta_{i_0 \cdot nv} - \gamma_{i_0 \cdot nv} x_g(t))$$

#### 5.3 Rimozione vincoli inattivi

Non potendo cambiare la dimensione dello stato  $x_g(t)$ , per rendere minimo il carico computazionale, si può intervenire su  $i_0$  e su nv. Come orizzonte di predizione  $i_0$ , si è fissato 8, il più piccolo che comunque garantisse il funzionamento del controllo in tutte le condizioni.

Sui vincoli invece siamo intervenuti togliendo tutti quelli che risultavano essere naturalmente soddisfatti dal sistema, i vincoli cioè che in qualsiasi condizione di funzionamento simulata non rischiavano di attivarsi. In particolare abbiamo tolto i vincoli su  $q_b$  e su  $\lambda$ . Oltre a questi 2 vincoli è stato rimosso poi anche il limite superiore di r a 790 giri/minuto, questo non perché, come gli altri, non rischiasse mai di essere attivato, ma perché, come avevamo sottolineato quando era stato introdotto, questo non è un vincolo legato alla fisica dell'impianto ma un vincolo legato alle prestazioni, quindi può essere violato senza comunque compromettere il funzionamento del controllo. Inoltre tali violazioni avvengono solo per condizioni molto particolari di funzionamento, per brevi istanti e per pochi giri/minuto ed in ogni caso non sono tali da influenzare il consumo di benzina.

Così bisogna concludere che, anche in questo caso, la riduzione di prestazioni dovuta alla rimozione del vincolo, praticamente nulla, è ampiamente compensata dal guadagno in termini di complessità computazionale.

Grazie a tutti questi accorgimenti, e nonostante la complessità del modello dell'impianto (stato di dimensione 20), siamo riusciti ugualmente a limitare il carico computazionale legato all'utilizzo del CG. In particolare l'algoritmo da noi utilizzato per risolvere il problema di minimizzazione vincolata compie 656 *flops* per determinare la soluzione. Contro i circa 11800 *flops* della soluzione originaria basata sulla soluzione on-line del problema di ottimizzazione quadratica vincolata con il *QP solver* di *Matlab*.

### Conclusioni

Scopo di questa tesi è stato lo studio e lo sviluppo di metodi per la progettazione di un controllore del motore GDI limitatamente al caso in cui esso lavori in modalità stratificata. In particolare ci siamo occupati di:

- Minimizzazione dei consumi al regime di minimo;
- Rientro al regime minimo di giri;
- Riduzione carico computazionale.

#### Minimizzazione dei consumi al regime di minimo

La minimizzazione dei consumi e il rispetto di tutte le specifiche imposte, vincoli compresi è stata ottenuta in più passi. Per primo abbiamo formalizzato il problema della minimizzazione dei consumi di benzina come un inseguimento di riferimenti costanti, giustificando la scelta dei riferimenti con considerazioni sui consumi, Cap.2.

• L'inseguimento è stato inizialmente risolto senza considerare i vincoli, con un controllo che pesa il "costo" degli ingressi di controllo, il controllo LQ.

- Viste le caratteristiche del disturbo, il passo successivo è stato quello di sfruttarne il modello per progettare uno schema di controllo meno conservativo, ed in particolare con due diverse retroazioni LQ per le due diverse "categorie" di disturbi, quelli predicibili e quelli impredicibili. Le simulazioni effettuate alla fine del Cap.2 ci hanno confermato un miglioramento delle prestazioni sui consumi di benzina ottenuto con tale modifica.
- Il problema del soddisfacimento dei vincoli è stato trattato separatamente da quello delle prestazioni, con l'aggiunta di un secondo anello di retroazione nel quale, un dispositivo statico e non lineare, il Command Governor, si preoccupa di fornire all'anello interno una versione opportunamente filtrata dei riferimenti da inseguire in  $r \in \lambda$ . Il filtraggio effettuato dal CG, realizzato sulla base di informazioni sui vincoli, sul riferimanto e sullo stato dell'impianto, è tale da garantire il soddisfacimento dei vincoli e l'inseguimento, ad ogni istante, della miglior approssimazione ammissibile del riferimento (Cap.3).

Riassumento, quindi, la strategia di controllo utilizzata è risultata appropriata per questo tipo di problema, garantendo il soddisfacimento dei vincoli imposti dagli attuatori e dai limiti fisici dell'impianto, ed insieme la minimizzazione dei consumi di benzina, cosa, quest'ultima, che tra l'altro si traduce anche nella possibilità di ottenere una riduzione delle emissioni.

La misura dei consumi è statta fatta sommando le iniezioni di benzina affettuate lungo 18 secondi di simulazione (dal 2° al 20°) partendo da una condizione di equilibrio corrispondente a:

$$\begin{cases} r = 740 \text{giri/minuto} \\ \lambda = 2 \\ \mathcal{T}_d = 3 \quad \text{Nm} \end{cases}$$

Per i dettagli sullo schema che realizza la misura del consumo vedere in appendice. Il disturbo considerato nelle misure è chiaramente sempre lo stesso ed in particolare è quello di Fig.3.13.



Figura 5.1: Grafico consumi.

Come si osserva dalla Fig.5.1, l'utilizzo del CG in combinazione con un controllo LQ sull'anello interno ha permesso di ottenere il soddisfacimento dei vincoli senza penalizzare eccessivamente le prestazioni in termini di consumi che erano state ottenute con il solo LQ, progettato esclusivamente occupandosi delle prestazioni sui consumi. Mentre il consumo del controllo LQ tarato per il soddisfacimento dei vincoli (LQ3+LQ4) è risultato superiore a quello ottenuto con il CG.

Si nota inoltre che buona parte del consumo di benzina è dato da quello nel solo regime permanente, che nel caso di regime a 740 giri/minuto è pari a 2854 mg. Così come si vede anche dalla Fig.5.1, dando piena libertà di gestione del riferimento al CG, cosa che si ottiene impostando il riferimento da inseguire sul vincolo a 710 giri/minuto, si ottiene un decisa riduzione dei consumi di benzina.

#### Rientro al regime minimo di giri

La natura del CG, inoltre, ha reso facile l'estensione al problema del rientro al regime minino di giri, trattato nel Cap.4. In tale capitolo sono state realizzate due soluzioni diverse a questo problema

- Controllo per un intervallo di tempo in catena aperta Questa soluzione presenta il vantaggio di chiudere per un intervallo di tempo l'alimentazione della benzina (cut-off), non utilizzando carburante durante una fase in cui effettivamente non c'è necessità di produrre coppia. Inoltre risulta particolarmente semplice visto che è basata su un unico modello, lo stesso utilizzato per il controllo del minimo.
- Controllo sempre in catena chiusa Nella quale il vantaggio consiste nel fatto che il motore è sempre controllato in catena chiusa e la benzina iniettata durante la fase di rientro assume comunque valori "sufficientemente piccoli", quasi come nel cut-off. Questa soluzione risulta più complessa della precedente visto che necessita di più modelli per poter coprire tutta la fascia di giri ed una logica di commutazione dei controllori sintetizzati su tali modelli.

In entrambe le soluzioni, come si vede dalle simulazioni effettuate nel Cap.4, è stato ottenuto il miglior profilo di discesa del numero di giri grazie all'azione del CG.

#### Riduzione carico computazionale

La riduzione del carico computazionale (Cap.5), è stata ottenuta attraverso:

- L'eliminazione del filtraggio del riferimento in λ, poiché risultava ininfluente;
- La soluzione esplicita del CG;
- La rimozione dei vincoli superflui.

Ossia è stato ridotto all'essenziale l'intervento del CG ed è stata adottata una tecnica numerica per la sua soluzione in tempo reale che richiede minore capacità computazionele rispetto alla minimizzazione quadratica vincolata standard.

Grazie a questi accorgimenti, siamo riusciti a limitare il carico computazionale legato all'utilizzo del CG. In particolare l'algoritmo da noi utilizzato per risolvere il problema di minimizzazione vincolata compie 656 *flops* per determinare la soluzione e questo fa si che questa tecnica oltre che risultare utile per un'analisi delle prestazioni raggiungibili, si presti anche ad una sua implementazione.

### Appendice A

### Calcolo dei consumi

Il calcolo dei consumi è stato fatto sommando la benzina iniettata ad ogni ciclo motore. Le iniezioni, che avvengono una ogni fase motore, sono scandite dal segnale generato dal blocco *sync*, un blocco attivato da un trigger realizza la somma come mostrato in Fig.A.1 e Fig.A.2.



Figura A.1: Blocco per il calcolo dei consumi.

I consumi sono stati tutti calcolati su 18 secondi di simulazione, a partire dal 2° secondo di simulazione fino al  $20^{\circ}$ .

I primi 2 secondi di simulazione servono a stabilizzare il sistema sull'equilibrio



Figura A.2: Dettaglio blocco consumi.

corrispondente a r = 740 giri/minuto e  $\lambda = 2$  prima di iniziare a misurare il consumo.

Il disturbo di riferimento è quello di Fig.3.13, che è stato usato per tutte le simulazioni.

Oltre al consumo globale è stato riportato anche il consumo dovuto ai soli transitori. Questo è stato calcolato sottraendo a quello totale il consumo corrispondente ai soli regimi permanenti con i corrispondenti disturbi applicati, che per l'andamento del disturbo considerato e per i 12 secondi di misura vale 2854,6 mg.

Sebbene questa misura sia solo un astrazione matematica, è ugualmente in grado di fornire una qualche misura dei diversi consumi di benzina che si hanno con i vari controlli durante i transitori. Tale misura ci è sembrata significativa, quindi, perché permette di evidenziare l'effettiva influenza del controllo sui consumi di benzina.

### Appendice B

# Cenni sull'implementazione di alcune operazioni

La regola di selezione del comando del CG (3.12) prevede di effettuare una minimizzazione vincolata dove i vincoli sono espressi attraverso un sistema di disequazioni lineari.

Qui di seguito è mostrata una parte dello script Matlab che si occupa di ricavare tale sistema di disequazioni.

```
%-----preparazione matrici necessarie alla minimizzazione vincolata del command governon-----
          % matrice del sistema lineare dei vincoli: MatA*w <= VetB(t)
% matrice che covernante</pre>
MatA=[];
MatB=[];
               % matrice che serve per costruire B(t): VetB(t)=VetCk-MatB*x(t)
VetCk=[];
Ck=VetC;
for ind=0:Io
    % Risposta forzata w-var.vinc.
    MatA=[MatA;MatVin*Hc*(eye(Nxgov)-Ag^ind)*((eye(Nxgov)-Ag)^-1)*Gg];
    % Evoluzione libera var. vinc.
   MatB=[MatB;MatVin*Hc*Ag^ind];
    % Vettore contentente i Ck
    VetCk=[VetCk;Ck];
    Ck=Ck-dissottr(Hc*(Ag^ind)*Gd,MatVin,MatDis,VetD);
end
```

L'operazione di Differenza-P fra insiemi è realizzata dalla

funzione *Dissottr* qui riportata

```
function[B]=Dissottr(MatFil,MatVin,MatDis,VetDis)
  Funzione costruita per effettuare la sottrazione fra insiemi
8
   di Pontryagin.
% C è l'insieme dei vincoli
                              definito da MatVin*c <= VetVin
🐐 D è l'insieme dei disturbi 🛛 definito da MatDis*d <= VetDis
% calcola il vettore Bi che deve essere sottratto al VETtore dei VINcoli
% per determinare l'insieme C_t=C_(t-1)-(MATriceFILtro)D
% Cioè, il nuovo insieme C_t dopo la dissottrazione
% sarà definito da MatVin*c <= VetVin-Bi</p>
i=l;
[mv,nv]=size(MatVin);
B=zeros(mv,1);
if norm(MatFil)~=0
      alpha sono i vettori in cui si vuole valutare la funzione di supporto di D
      vedi Kolmanovsky and Gilbert
      Maximal Output Admiss. Sets for D-T Sist. with Disturbance Inputs
     Proceedings of the Amer. Contr. Confer. 1995
  Alpha=MatVin*MatFil;
  OPT=optimset('Display','off','TolX',le-4);
  while i<=mv
    alpha=Alpha(i,:);
    f=(-1).*alpha';
    [x,Fval]=linprog(f,MatDis,VetDis,[],[],[],[],[],0PT);
   B(i)=-Fval;
    i=i+1;
  end
end
```

Qui di seguito, infine, è mostrato il calcolo degli scalari  $\beta_i \in \theta_j$  e dei vettori  $\alpha_i \in \gamma_j$  necessri per la soluzione esplicita del CG di cui si è parlato nel Cap.5. Dove A1 e A2 sono rispettivamente i vettori contenenti gli scalari  $\beta_i \in \theta_j$ 

```
Al=[];
A2=[];
B1=[];
B2=[];
flag1=0;
flag2=0;
for i=1:max(size(MatA))
    coeff=MatA(i);
    if coeff > 0
        flagl=1;
        Al=[Al;VetCk(i)/coeff];
        Bl=[Bl;MatB(i,:)./coeff];
    elseif coeff < 0
        flag2=1;
        A2=[A2;VetCk(i)/coeff];
        B2=[B2;MatB(i,:)./coeff];
    end
end
```

mentre B1 e B2 sono le matrici contenenti i vettori  $\alpha_i$  e  $\gamma_j$ . MatA, MatB e VetCk sono le matrici ed i vettori che definiscono il sistema di disequazioni lineari dei vincoli.

### Bibliografia

- [M95] E. Mosca. *Optimal, predictive and adaptive control*, Prentice-Hall, 1995.
- [BCM98] A. Benporad, A. Casavola e E. Mosca. A Predictive Reference Governor for Constrained Control System, Computers in Industry, Vol.36, pp55-64, 1998.
- [ACM98] D. Angeli, A. Casavola e E. Mosca. Enforcing Constraints in Industrial Control System: Command Governor Tools, in "CCA'98 - IEEE Conference on Control Applications", Trieste, Italia, settembre 1998.
- [CM97] A. Casavola e E. Mosca. Reference Governor for Constrained Uncertain Linear Systems Subject to Bounded Input Distubances, Proc. 35th IEEE CDC, pp. 3531-3536, Kobe, Japan, 1996.
- [ACM99] D. Angeli, A. Casavola e E. Mosca. Predictive PI-control of linear plants under positional and incremental input saturations, Proc. IFAC World Triennal Congress, Vol. C, pp. 175-189, Beijing, China, July 1999.

- [Cal99] G. Calamai. Un'applicazione di strategie di gestione del comando al controllo vincolato di un pendolo da laboratorio, Universitá degli studi di Firenze - Facoltá di Ingegneria - Tesi di laurea in Ingengeria Elettronica, 1999.
- [F96] R.Falevolti. Controllo non lineare di sistemi lineari vincolati affetti da disturbi limitati, Università degli studi di Firenze -Facoltà di Ingegneria - Tesi di laurea in Ingegneria Elettronica, 1996.
- [BBDP] A. Balluchi, L. Benvenuti, M. D. Di Benedetto, C. Pinello, e A. L. Sangiovanni-Vincentelli. Automotive Engine Control and Hybrid Systems: Challenges and Opportunities., Proc. of the IEEE, 88, "Special Issue on Hybrid Systems" (invited paper)(7):888-912, July 2000.
- [KGC] I. V. Kolmanovsky, E. G. Gilbert, J. A. Cook. Reference Governors for Supplemental Torque Source Control in Turbocharged Diesel Engines, Proc. of the American Control Conference, Vol. 1, pp. 652-656, June 1997.
- [GPÅB] M. Gäfvert, L. Pedersen, K. Årzén e B. Bernhardsson. Simple feedback Control and Mode Switching Strategies for GDI Engines, SAE 2000 World Congress, March 6-9, 2000, Detroit, SAE Paper 2000-01-0263.
- [KKBA] G. Karl, R. Kemmier, M. Bargende e J. Abthoff. Analysis of a Direct-Injected Gasoline Engine, SAE - Paper 970624.

[HRYA]	Z. Han, R. Reltz, J. Yang, R. Anderson. Effects of Injection
	Timing on Air-Fuel Mixing in a Direct-Injection Spark-Ignition
	Engine, SAE - Paper 970625.

[DL01] D. Liberzon. *Control Using Logic and Switching*, Handout Notes, CDC'01 Workshop.

Si desidera ringraziare Magneti Marelli s.p.a. per il materiale fornitoci e l'Ing. Andrea Balluchi per la disponibilità e le utili discussioni. Si ringrazia inoltre l'Associazione Tecnica per l'Automobile (ATA) per il

supporto fornito.